



Univerzita Palackého v Olomouci
Přírodovědecká fakulta

KONSTRUKTIVISMUS VE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

JOSEF MOLNÁR SLAVOMÍRA SCHUBERTOVÁ VLADIMÍR VANĚK

Olomouc 2008

Recenzovali: prof. RNDr. Danuše Nezvalová, CSc.
doc. RNDr. Oldřich Lepil, CSc.

Zpracováno v rámci řešení projektu Evropského sociálního fondu OP RLZ:
„Modulární přístup v počátečním vzdělávání učitelů přírodovědných předmětů
pro střední školy“ číslo CZ.04.1.03/3.2.15.2.0263

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky.

1. vydání

© Josef Molnár, Slavomíra Schubertová, Vladimír Vaněk, 2008

ISBN 978-80-244-1883-4

Obsah

1. Místo předmluvy	5
2. Didaktické teorie	
2.1 Klasifikace didaktických teorií	7
2.2 Teorie učení	11
3. Boj proti formalismu a transmisivní vyučování v matematice	
3.1 Porozumění a formalismus	17
3.2 Transmisivní vyučování	22
4. Konstruktivistické teorie	
4.1 Konstruktivistické didaktické postupy	25
4.2 Styly učení	35
4.3 Pedagogický konstruktivismus	39
4.4 Některé proudy uvnitř konstruktivismu	42
4.5 Přehled směrů konstruktivismu	44
5. Transmisivní a konstruktivní vyučování, učitel a žák	47
6. Konstruktivismus ve vyučování matematice	
6.1 Desatero didaktického konstruktivismu	55
6.2 Pět tezí popisujících podnětnou (konstruktivistickou) výuku	57
<i>Teze 1.</i> Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání	57
<i>Teze 2.</i> Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje	59
<i>Teze 3.</i> Učiteli jde především o žákovu aktivní činnost	61
<i>Teze 4.</i> Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákovu chápání matematiky a impuls pro další práci	66
<i>Teze 5.</i> Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi	70
7. Závěr	73
Literatura	74
Přílohy	77

1. Místo předmluvy

„Učitelé otevírají dveře, vejít musí žák sám.“

Čínské přísloví

Neexistuje žádné poznání, které by bylo výsledkem pouhého zaznamenávání pozorovaného a jež by nebylo strukturováno aktivitou subjektu.“

Jean Piaget

Co to je, když se řekne:

Konstruktivismus

Směr druhé poloviny 20. století, který zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, význam jeho vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností.

(Hartl, Hartlová, 2000)

Konstruktivistická pedagogika

Pedagogické hnutí, které prosazuje ve výuce řešení problémů ze života, tvořivé myšlení, práci dětí ve skupinách a méně teorie a drilu. Způsoby výuky zdůrazňují manipulaci s předměty.

Pedagogika vycházející Piagetovy genetické epistemologie - poznávající subjekt spojuje fragmenty informací o svém prostředí do smysluplných struktur a provádí s nimi mentální operace. Další podněty čerpá z poznatků kognitivních věd.

(Průcha a kol., 1995)

Přestože se publikace, kterou držíte v ruce, tváří jako vědecké pojednání, je jen učební pomůckou, do níž jsou nasbírány a utříděny poznatky pedagogů a didaktiků matematiky z oblastí, které souvisejí s konstruktivistickým vyučováním. Jejím prostudováním

- si osvojíte nejdůležitější teoretické pojmy a principy související s vyučováním,

- porozumíte základnímu rozdílu mezi transmisivním a konstruktivistickým vyučováním,
- se seznámíte se základními principy konstruktivistického přístupu k vyučování matematice,
- osvojíte si elementární kompetence související s výukou matematiky konstruktivistickým způsobem.

2. Didaktické teorie



Po prostudování této kapitoly dokážete:

- orientovat se v základní terminologii didaktických teorií
- klasifikovat jednotlivé teorie vzdělání a vysvětlit jejich největší rozdíly
- identifikovat základní pohledy na pojem učení a porozumět jejich nejdůležitějším aspektům

2.1 Klasifikace didaktických teorií

Didaktických teorií, pojmů a tvrzení je celá řada a pedagogové se v polední době snaží udělat v tom pořádek. Například podle Vyskočilové a Dvořáka (Kalhous, Obst, a kol., 2002) rozlišuje Reigeluth (1999) makrodidaktické a mikrodidaktické *teorie*, přičemž ty *makrodidaktické* se zaměřují spíše na tvorbu standardů, osnov a tematických plánů, *mikrodidaktické* pak na konkrétní metody práce učitele při vlastním vyučování.

Bertrandem (1998) navržená *klasifikace teorií vzdělávání* zahrnuje sedm kategorií, a to teorie:

- spiritualistické
- personalistické
- technologické
- sociokognitivní
- sociální
- akademické.
- kognitivně psychologické

Jednotlivé skupiny teorií charakterizuje následovně:

Spiritualistické teorie

Jeden z dávných vzdělávacích proudů povstal na začátku sedmdesátých let z popela. Jde o proud spiritualistických, také nazývaný metafyzický nebo transcendentální, ke kterému směřují obzvláště lidé pečující o duchovní rozměr života na této zemi a o smysl života. Adepti spiritualistických teorií vzdělávání se zajímají o vztah mezi lidskými já a univerzem, a to z metafyzického pohledu. Tyto teorie se často vřazují do „nového“ sociokulturního proudu, nazývaného New Age, i když jim mnohem více záleží na hodnotách popsaných v textech, jejichž stáří je často možno počítat v tisíciletích. Orientální náboženství a filosofie dodávají mnoho podnětů k úvahám o vzdělání. Jako dominantní zdroje tohoto vzdělávacího proudu se často uvádějí zen-buddhismus a taoismus.

V tomto spiritualistickém proudu najdeme vzdělávací teorie, které jsou soustředěny na hodnoty nazývané duchovní, metafyzické nebo transcendentální. Člověk se podle nich musí naučit osvobodit se od viditelného světa a překračovat sama sebe, aby se mohl, pozvednout na duchovní úroveň, jež je pokládána za vyšší. Musí řídit a ovládat svůj duchovní vývoj využitím své vnitřní energie a jejím nasměrováním k činnostem, jako je meditována pod různými názvy, například Bůh, Tao, Neviditelné, božská Energie atd. Člověk musí vstoupit do kontaktu s božským principem, který je všudypřítomný, a pokusit se svou intuicí spojit s touto božskou a duchovní přirozeností, která má člověka vést a v níž on musí mít důvěru.

Personalistické teorie

Personalistické teorie, které jsou rovněž nazývány humanistickými, nedi-
rektivními, organickými, svobodnými nebo otevřenými, se opírají hlavně o pojem lidského já a o pojmy svobody autonomie osoby. Pánem svého vzdělávání musí být sama osoba, která se nachází v procesu učení, to ona musí řídit své vzdělávání a užívat při tom své vnitřní energie. Vzdělávací teorie, které jsou zařazeny do této kategorie, velmi zdůrazňují, že úkolem učitele vez vtahu k žáků m je usnadňovat učení. Neustávající snahou vychovatele má být vedení dítěte k seberealizace. Učitelé v některých zemích (Spojené státy, Québec, Francie) se opírají o koncepci vzdělávání, která zdůrazňuje svobodu žáka, jeho zájmy a jeho vůli učit se. V šedesátých a sedmdesátých letech se objevilo velké množství svobodných, otevřených či „alternativních“, škol, které byly inspirovány přístupem zdůrazňujícím integrální rozvoj dítěte.

Technologické teorie

Technologické teorie, nazývané také technicko-systémové nebo systémové, obecně vzato zdůrazňují zdokonalení předávání informací použitím vhodných technologií. Slovu „technologie“ zde musíme dát velmi široký význam. Zahrnuje postupy, se kterými se setkáváme v systémových přístupech a v koncipování výuky, ale i didaktické pomůcky pro komunikaci a pro zpracování informací: Počítač, televizi, video, magnetofon, videodisk, kompaktní disk atd. Poslední tendence směřují k multimédiím, k hypertextu, k informatizovanému prostředí výuky, k interaktivním programům atd. Cílem je například vytvoření nového multimediálního prostředí, využívajícího pojmy a nástroje umělé inteligence, cílem může být také umožnění laboratorního experimentování se simulovanými scénami ze skutečného života s využitím přístrojů, jako jsou kompaktní disky (CD-ROM), jež obsahují obrovské množství údajů, obrazů a zvukových komentářů. Většina těchto výzkumů se opírá o obdivuhodné schopnosti počítačů v oblasti zpracování informací. Počítač může snadno operovat s rozmanitými zdroji informací. Ať už jde o obrazy, zvuky nebo text. Právě v takovém případě hovoříme o multimédiích. Výzkumy se rovněž týkají zlepšení kvality interakce mezi člověkem a počítačem. Tyto výzkumy mají vliv i v oblasti pedagogiky, i když se pronikání těchto změn do školního světa, tj. do „skutečného“ světa, děje jen pomalu.

Sociokognitivní teorie

Tento proud zdůrazňuje význam kulturních a sociálních faktorů při výstavbě poznatků. Jde tedy o sociální a kulturní interakce, které utváří podobu pedagogiky a didaktiky. Je třeba se zmínit o přítomnosti tohoto dynamického proudu zvláště ve Francii, ve Spojených státech a v Kanadě, kde si mnoho badatelů klade otázku oprávněnosti dominantního postavení kognitivistického proudu v pedagogickém výzkumu. Zvláště se pozornost upírá k problémům způsobeným přehnaně psychologickým pohledem na vzdělávání a velký důraz je kladen na sociální a kulturní kontext poznání.

Sociální teorie

Sociální teorie se opírají o princip, že vzdělání má umožnit řešení problémů sociálních a kulturních a problému životního prostředí. Podle autorů teorií je hlavním posláním vzdělávání příprava žáků na řešení těchto problémů. Badatelé se soustřeďují na témata, jako jsou sociální a kulturní nerovnosti, sociální a kulturní dědičnosti, různé formy segregace, elitářství, proměny

životního prostředí, negativní vliv technologií a industrializace, degradace života na planetě Zemi.

Akademické teorie

Akademické teorie, rovněž nazývané tradicionalistické, generalistické a klasické, soustřeďují svou pozornost na předávání obecných poznatků. Obvykle jsou v opozici proti příliš velkému vlivu specializovaného vzdělávání. Akademický proud je rozdělen na dvě skupiny myslitelů: tradicionalisty a generalisty. Tradicionalisté chtějí, aby byl předávány klasické a na jednotlivých kulturách či současných sociálních strukturách nezávislé obsahy. Generalisté kladou důraz na obecné vzdělání a středem jejich zájmu je kritické myšlení, schopnost adaptace, otevřenost ducha atd. V obou případech je úkolem vyučujícího předávání daných obsahů a úkolem žáka je jejich asimilace. Akademické teorie počítají s učitelovým výkladem těch poznatků, které tvoří jádro všeobecného vzdělání. Často také zdůrazňují, že je neustále nutno směřovat k vysoké kvalitě a že ve studiu i v práci je nutno vyvinout maximální úsilí. Předávají se tak zároveň hodnoty jako disciplína, vytrvalá práce, úcta k tradici a k demokratickým hodnotám a také smysl pro občanskou zodpovědnost. K těmto teoriím lze přiřadit i transmisivní vyučování založené na předávání informací.

Kognitivně psychologické teorie

Kognitivně psychologické teorie studují u žáka rozvoj takových kognitivních procesů, jako jsou usuzování, analýza, řešení problémů, vytváření reprezentací, prekonceptů, mentálních obrazů atd. Základy těchto vzdělávacích teorií je třeba velmi často hledat ve výzkumech kognitivní psychologie, které se týkaly různých aspektů učení. Kognitivistické teorie se více zajímají o duševní procesy. Zatímco behavioristé zkoumají spíše účinky vlivu prostředí na učení, a zvláště funkční vztahy mezi uspořádáním pedagogického prostředí a schováním lidské bytosti. Patří sem zejména konstruktivistické teorie, které zdůrazňují proces konstruování poznatků učícím se subjektem.

2.2 Teorie učení

Podobně jako u základních didaktických teorií, i pojem učení, přestože je ústředním pojmem psychologie i didaktiky, není doposud přesně vymezen a neexistuje společná definice tohoto pojmu.

Způsob, jak vyučujeme (stanovení kutikulárních dokumentů a evaluace), vychází z našich představ o způsobu lidského učení. Výzkumy v této hraniční oblasti, označované jako *psychodidaktika* nebo *psychologie vyučování*, vycházejí ze tří základních směrů:

- biologicko-evoluční
- kulturně-sociální
- technicko-systémový

Lze je charakterizovat takto (Vyskočilová a Dvořák in: Kalhous, Z., Obst, O. a kol., 2002):

Biologické a evoluční pohledy na učení a vyučování

Jakou roli vlastně hraje systematické, organizované a řízené učení, vyučování mladších příslušníků druhu staršími, při vzniku člověka a kultury v jejich dnešní podobě? Učení pokusem a omylem probíhá u nejrůznějších organismů. Rovněž sociální učení, učení od příslušníků vlastního druhu, pozorujeme i u jiných druhů než u člověka, někdy dokonce biologové mluví o jakýchsi zvířecích protokulturách. Jen člověk však vytvořil dostatečně stabilní systém předvádění (transmise) kultury, jakousi druhou dědičnost. Proč a jak k tomu asi došlo?

Základním pojmem života je adaptace – stálá interakce mezi živým organismem a jeho prostředím, která organismu umožňuje přežít a především rozmnožovat se. V určitém stabilním prostředí žijí druhy, které se na něj v průběhu evoluce adaptovaly. Nejde jen o pasivní proces, přizpůsobení se, ale i o aktivní proměnu prostředí. Různé organismy tak nejen pro sebe vytvářejí, ale předávají svým potomkům (často i několik generací vzdáleným) také modifikované prostředí (konstrukce niky, u člověka mluvíme např. o kulturní krajině). Zkonstruovaná nika zpětnou vazbu posiluje některé geny.

Co když se ale dosud stabilní životní podmínky začnou např. v důsledku proměny podnebí proměňovat? Pokud se prostředí mění pomalu, stačí se adap-

tovat genom, druhu stačí, aby se nové vlastnosti a vzorce chování přenášely biologickou cestou, protože přírodní výběr (evoluční tlak prostředí) se „postará“ o to, aby v populaci převládli jedinci s nejrůznějšími vlastnostmi. Malé změny v prostředí si vyžadují jen drobné změny v chování následujících generací, a na to tempo evoluce, která pracuje v malých krocích (gradualisticky), stačí. Když však roste rychlost změn v prostředí, přestává evoluce pracující jen prostřednictvím zvýhodnění některých dědičných znaků stačit, mláďata nepřicházejí na svět vybavena ve svých genech dostatečným souborem vlastností a reflexů, které by jim umožnily v novém prostředí přežít. Obstat se podaří, když si organismy nově osvojené způsoby adaptačního chování předávají jinak než biologickou dědičností, je třeba, aby značnou část chování, jež umožňuje přežití, převzaly sociálním učením od rodičů. Právě objem informací přenášených vertikálně, ze starší generace na mladší, je lidským specifikem a vedl k vývoji lidského rodu do jeho dnešní podoby. Ne nevýznamnou roli v tom hrála (re)konstrukce lidského prostředí, fyzického i sociálního a kulturního. Starší generace předává mladší jak určité uměle vytvořené prostředí, tak určité informace, jak v tomto prostředí žít, a pochopitelně i genom, který zakládá biologické dispozice pro život v tomto prostředí.

Pokud se tempo změn prostředí dále zvyšuje, je dokonce výhodnější, když se organismus může učit nejen od starší generace, od rodičů, ale i uvnitř své generace, od vrstevníků nebo i od jedinců mladších, než je on sám, protože jinak by se jedinec mohl učit zastaralým, a tedy chybným vzorcům chování. Pak je výhodné učit se uvnitř generace horizontálně.

V posledních asi šesti milionech let bylo přírodní prostředí Země extrémně proměnlivé, s extrémy ledových dob. Tvorové s velkým mozkem a velkou schopností učení byli ve výhodě, i když za ni platili velkou energetickou náročností svého mozku a odložením reprodukce. Ovšem v nedávných tisíciletích od konce poslední doby ledové se poměry změnila a klima bylo velmi stabilní. Proč se člověk nezačal svého tak energeticky náročného mozku zbavovat? Jednou z odpovědí může být, že sám člověk se stal zdrojem tolika změn a podnětů, že potřeba vysoké schopnosti adaptace trvá, i když už nás příroda tolika výkyvům prostředí nevystavuje.

Rozhodně lze očekávat, že i v budoucnu studium jak lidského genomu, tak mozku přinese lepší porozumění člověku vůbec i konkrétně předpokladům, kterými je vybaven pro učení, na nichž staví naše snaha ovlivňovat osobnost žáka prostřednictvím vyučování. Přinese také poznání biologicky daných hranic možností našeho působení.

K biologickým studiím v oblasti učení můžeme uvést i řadu pokusů v oblasti studia zlepšení učení prostřednictvím navození změněných stavů vědomí (hypnopédie, sugestopedie, relaxace a řízená imaginace), pomocí podprahové komunikace nebo zkoumání účinku chemických látek na zlepšení paměti při učení aj. Zatím však tyto výzkumy představují spíše kuriozitu. (Knirk a Gustafson, 1986)

Podněty sociálních a kulturních věd

Kulturní a sociální antropologie (Soukup, 2000) začala nejdříve studovat vzdálené, exotické národy a společnosti. Obohatila euroamerickou vědu o multikulturní perspektivu a všechny sociální vědy naučila, že není možné člověka a jeho chování studovat odděleně od jeho kultury. Postupně zaměřila svou pozornost i na naši vlastní kulturu a subkultury v ní existující.

Paul Willis ukázal ve svých slavných analýzách subkultury chlapců z britských dělnických rodin, že svou identitu odvozují z negativního vymezení se proti škole a učitelům. Konstruují svět a škola jim pro něj dodává materiál: učitel jim pomáhá dosáhnout jejich cíle, jímž je projevit se před ostatními jako ti, kdo si troufnou postavit se autoritě. Školu potřebují – aby se proti ní mohli bouřit.

V ruské a sovětské psychologii byla rozpracována *činnostní teorie*, která zdůrazňuje význam sociálně organizované činnosti pro utváření psychiky jedince. Klade důraz i na produkty této aktivity, nástroje (dnes např. interakce dítěte s počítačem). Zaměřuje se tak na široký sociální kontext, sociální prostor, historickou situaci, objektivní podmínky, např. technologickou úroveň společnosti, organizaci a dělbu práce) v nichž jednotlivec nebo malá skupina konstruuje významy svých zkušeností.

Kulturní psychologové vědí, že jedinec (jeho duševní svět) není pasivním produktem sociálního světa, který jej obklopuje, ale aktivně si vybírá své kulturní prostředí. Kultura je jako stavebnice, z níž si každý vybírá kostky pro svou vlastní stavbu. V centru pozornosti badatelů je zde individuální prožívání kulturních a sociálních podmínek. Ukazují, že jedinec může přesáhnout své podmínky (transcendovat je). Praktickým důsledkem pro školu může být poznání, že žáci mohou překonat zdánlivě determinující vlivy jejich sociokulturního prostředí. Od poznání, že vnitřní svět kultury jedince není totožný s vnějším světem kultury společnosti, se přímo odvíjejí různé proudy sociálního konstruktivismu.

Sociální konstrukce reality je proces probíhající ve třech fázích. V první fázi (externalizace) konkrétní jedinec svou myšlenku vyjádří prostřednictvím nějakého výtvaru, artefaktu: vymyslí pojem, napíše učebnici, stanoví „didaktickou zásadu“, školní řád apod. Ti, kdo se s ní seznamují nejdříve, si jsou ještě vědomi toho, že jde o dílo konkrétního člověka, který to právě takhle vymyslel, řekl, napsal, udělal. Ještě si pamatují, že se to mohlo udělat jinak, že tato konkrétní forma je výsledkem určité situace, okolností apod. Postupně se ale s myšlenkou seznamují další lidé, a ti už nevidí subjektivní vklad tvůrce, ale dílo jim připadá jako objektivní součást světa (objektivizovalo se), jako věc. Ti, kdo se s tím setkají ještě později, už si ani neuvědomí, že dílo vytvořil někdo konkrétní, v konkrétní podobě a situaci; zdá se jim, jako kdyby tomu tak bylo vždycky právě takto, jako kdyby to byl jediný způsob, jak věci vlastně mohou být (institucionalizace).

Podněty z technických oborů: Systémová analýza

Při realizaci neobyčejně složitých technických programů jako vývoj raketové techniky, kdy bylo třeba koordinovat spolupráci velkého množství organizací, zajistit vysokou kvalitu v každém kroku apod., byly vyvinuty moderní metody plánování a řízení. Jednou z nich je systémová analýza (nebo též systémové inženýrství), jež je metodickým postupem, který má zaručit, že při řešení složitého úkolu nezůstane žádné důležité hledisko opomenuto. Jen díky těmto metodám plánování mohly být realizovány tak náročné projekty jako let člověka na Měsíc. Tendence k systémové analýze úkolů a jejich plánování zvýšila účinnost práce v celé řadě oborů. Proto je snahou zavést je i do oblasti teorie a praxe vzdělávání. Teoretickým východiskem systémové analýzy je kybernetika a tzv. obecná teorie systémů. Sám pojem je však mnohem starší než uvedené vědní obory a byl tradičně chápán jako uspořádaný celek, jednota v mnohosti. V dnešním pojetí chápeme systém jako soubor objektů a vztahů (vazby, síly), které mezi těmito objekty existují, i vlastností těchto objektů. Je to komplex vzájemně se ovlivňujících prvků. Zpravidla se předpokládá, že jsme schopni určit hranice tohoto souboru, vymezit ho proti jeho okolí (systém vyššího řádu), jehož může být studovaný systém subsystémem; naopak i uvnitř studovaného systému můžeme vymezit dílčí celky, jeho subsystemy (systémy nižšího řádu). Když při studiu otázek vzdělávání uvažujeme systémově (holisticky)? Na makroskopické úrovni např. tehdy, jestliže si uvědomujeme, že každá změna, která postihuje určitý prvek systému, bude mít vliv na celý systém a jeho ostatní prvky. Škola je nejen systém, ale zároveň prvek systému vyššího – společnosti. To znamená, že oslabená nebo porušená funkce jiných

prvků společnosti (selhávající rodiny či nevýkonná ekonomika, nefungující právní řád) se projevuje svými dopady na školu. Dobře fungující škola snad může zmírnit důsledky nefunkčnosti rodiny. Ale jeden prvek systému nemůže plně nahradit prvek jiný! Společnost je systém, v němž každý z prvků plní určitou roli a je nezastupitelný. Očekávat od školy, že bude nahrazovat výchovnou funkci rodiny, církvi nebo občanských sdružení a doufat, že to nepovede k tomu, že se zhorší vlastní poslání školy – vzdělávání dětí, je nerealistické.

Princip ale platí i opačně – nestačí měnit jeden prvek, změna musí být vždy orientována na celý systém. Učitel, který chce zlepšit a modernizovat systém výuky svého předmětu, musí být odvážný a nesmí se spokojit s dílčími kosmetickými úpravami, připomínají Knirk a Gustafson (1996). Nestačí udělat izolované inovace v jednotlivých hodinách, prostě jen použít lepší metody. Systémové myšlení neodděluje otázky co učit (kurikulum) od otázek jak učit a jak hodnotit (formy a metody vyučování a evaluace).

Systémový přístup k vyučování může znamenat i předefinování problému: např. řešení problému, jak naučit žáky všemu, co požadují informacemi přetížené osnovy, můžeme převést na řešení problému, jak změnit osnovy. „Problémový žák“ může být docela normální dítě, „problém“ může být v požadavcích jiných složek systému.

Při přípravě a realizaci výuky stojí systémová analýza vždy na třech krocích:

1. zjištění potřeb a současné úrovně žáka;
2. formulace cílů;
3. návrh, realizace a hodnocení vyučování.

Pozoruhodné je, že to, co si nejspíše představíme pod prací učitele - realizace vyučování, bezprostřední práce učitele s žáky v hodině - je zde jedním ze tří pojmů posledního bodu. Systémový přístup ve vyučování věnuje nezvykle mnoho pozornosti analýze cílů vzdělávání, jejich přesné formulaci a hodnocení jejich dosahování. Řada potíží totiž vzniká, když přicházíme do situace s předem jasnou představou o potřebách a cílech, aniž bychom zjistili, co naši žáci opravdu potřebují, co o tématu vědí a jaká si vytvořili jeho pojetí.

Lze však uvést i některé námitky proti systémovému přístupu, např. proti předpokladu, že má smysl studovat jediné systém jako celek. I v rámci systému jsou některé věci důležitější než jiné. U auta je důležitější motor než barva karoserie. Proto lze – a někdy je i výhodnější – studovat prvky systému samostatně. Složitější systémy ani nejsme schopni plně obsáhnout. Vědomí prováza-

nosti všech složek systému, který lze jen těžko změnit, může brát chuť a odvalu reformám. Učitel si může připadat, že je „proti systému“ bezmocný. Přes uvedené výhrady je systémový přístup nesporně velmi cenným nástrojem pro poznání fungování školy i pro řízení výuky.

Úkoly



a) pro samostatnou práci

1. Formulujte svými slovy základní rozdíly mezi teoriemi vyučování.
2. Které z teorií jsou Vám nejbližší? Zkuste vysvětlit důvody proč?
3. Najděte konkrétní situace a podněty, ovlivňující učení a zařaďte je do výše uvedených směrů
4. Shrňte, co jste se dověděl/a a co byste sdělil /a svým kolegům ve škole.

b) pro práci ve skupinách

1. Prostudujte jednotlivé didaktické teorie a prezentujte je navzájem.

Aktivita: Rozdělte se do skupin po dvou členech a vyhledejte z různých zdrojů informace o jednotlivých didaktických teoriích. Následně prezentujte své výsledky hledání ostatním skupinám.

Poznámka: Pracujte ve skupině o 2 členech, čas prezentace 10 min.

3. Bój proti formalismu a transmisivní vyučování v matematice



Po prostudování této kapitoly dokážete:

- porozumět a vysvětlit rozdíly mezi názvy formální a formalistický
- uvést hlavní znaky formalistického získávání poznatků
- identifikovat formalistické znaky současné výuky matematiky
- vysvětlit pojem transmisivní vyučování a uvést příklady
- definovat hlavní úskalí transmisivního vyučování

3.1 Porozumění a formalismus

Jednou z hlavních příčin neúspěchu mnohých žáků v matematice je, že jejich poznatky jsou formalistické, říká Zedek (Mikulčák a kol., 1968) a pokračuje, že je potřeba porozumět rozdílu mezi názvy formální a formalistický. Za *formální* je považován takový poznatek, který má určitou formu, která umožňuje ekonomické použití, např. zapsání matematického poznatku vzorcem. Provádění úprav s algebraickými výrazy je formální, řešení rovnice je formální apod. Znakem formálnosti je abstrakce. Abstrahování od konkrétního obsahu přineslo vynikající výsledky např. ve formální logice. Použití formálních operací v matematice nemusí vést k formalismu, tj. k *formalistickému získávání vědomostí*, jímž rozumíme mechanické a verbální naučení se vzorcům a větám, které není podloženo skutečným pochopením probírané látky.

Zedek uvádí některé znaky formalistického získávání poznatků v duchu tehdejší rétoriky:

1. Jako jeden z hlavních znaků vystupuje převaha formy nad obsahem. Žáci si osvojují jen formu, ale vnitřní souvislosti jim unikají. Naučí se jistým početním výkonům, ale nevědí, proč je provádějí naučeným způsobem.

2. Jiným znakem je odloučení teorie od praxe. Žáci dovedou odříkat jistou poučku, nedovedou ji však použít v praktickém příkladě, neboť obsah poučky jim zůstal cizí.
3. Dalším znakem je nadvláda paměti nad porozuměním. Žák se naučí definicím, poučkám, postupům řešení úlohy nebo důkazu věty zpaměti, ale jednotlivé kroky postupu nedovede odůvodnit. Na otázku „Proč se to dělá právě uvedeným způsobem?“ se dovídáme: „Protože jsme to tak ve škole dělali.“
4. Mnozí žáci dovedou řešit jen příklady podle určitého schématu a vzorců, ale jsou zcela bezradní při řešení nejjednodušších úloh jiného typu. V tom se projevuje šablonovitost ve vědě. Sem patří např. učení se různým algoritmům bez náležitého vysvětlení a odůvodnění. Žáci se sice jistým algoritmům a konstrukcím, které jim ukáže učitel bez odůvodnění, rychle naučí, ale jejich znalosti jsou zpravidla formalistické a brzo je zapomenou. Tento postup pro učitele bývá pohodlnější, ale skutečný zisk pro žáky je malý, neboť žáci získávají jen znalosti povrchní. Algoritmus, který byl řádně vysvětlen a odůvodněn, není šablonou, i když se výpočet nebo konstrukce podle něho zmechanizuje. Také učení se definicím a pravidlům zůstává formalistické, jestliže se neopírá o bohatou zásobu názorných představ.

Formalismus lze pozorovat ve všech odvětvích matematiky. Největší nebezpečí formalismu se projevuje v těch částech matematiky, které mají vyvinutou symbolizaci, jako např. v algebře. Žáci se naučí počítat jen se symboly, osvojí si početní pravidla, formy výpočtů apod., ale co symboly představují jim zůstává stranou. V geometrii hlavním pramenem formalistických poznatků bývá nedostatek správných představ i neznalost terminologie. Formalismus v terminologii je věcí velmi závažnou. Žáci užívají často slov, kterým vůbec nerozumějí. Číslo iracionální jim splývá s pojmem odmocniny, číslo reálné s racionálním, ověření věty s jejím důkazem apod. Tento nedostatek lze odstranit názorným uváděním vhodných příkladů a jejich podrobným rozбором. Poznatky formalistické jsou nestálé, žáci je rychle zapomenou, cvičí se jimi jen paměť, nerozvíjí se ani myšlení ani představivost žáků. Proto je nutno proti formalistickému získávání poznatků rozhodně bojovat.

Příčiny formalismu ve vyučování matematice Zedek vidí především

1. v práci učitele,
2. v jeho nedostatečné kvalifikaci,
3. v jeho osobních vlastnostech.

K formalistickým poznatkům dochází, když učitelé nepřihlížejí k didaktickým zásadám, když nevedou žáky k tomu, aby se dovedli nad daným problémem zamyslet, když nepronikají k jádru věci a mají malé požadavky. Takoví učitelé nedávají žákům příležitost k samostatné práci, neučí je překonávat překážky při opakování a při zkoušení žákům příliš pomáhají, takže si žáci zvykají pracovat jen s cizí pomocí. Nedovedou u žáků vzbudit dostatečný zájem a aktivitu, takže tito přijímají nové poznatky víceméně pasivně. Trpí žákům formalistické poznatky, neprověřují, zdali žáci dovedou svých poznatků samostatně užívat při řešení úloh apod.

Aby vyučování nebylo formalistické, musí podle Zedka učitel

1. naučit žáky do hloubky promýšlet matematické problémy,
2. vést je k samostatnému řešení úloh přiměřených jejich věku,
3. přivést je k metodám, jak provádět řešení, jak zdůvodňovat jednotlivé kroky postupu řešení,
4. při výkladu, procvičování a upevňování látky dbát všech didaktických zásad.

Pro promýšlení přípravy na hodinu si musí ujasnit:

1. zdali učivo a metoda jsou přiměřené úrovni třídy a věku žáků,
2. jak je učivo důležité pro další části matematiky a pro užití v praktickém životě,
3. jaká bude struktura hodiny,
4. zdali vědomosti, které žákům vyloží, nebudou žáky přijímány formalisticky.

K formalismu ve vyučování svádí učitele často nedostatek času a velký počet žáků ve třídě. Obojí spolu úzce souvisí. Aby učitel dobře poznal každého žáka, k tomu je potřebí jistého času. Je-li ve třídě velký počet žáků, je obtížné plnit zásadu individuálního přístupu. Bylo by pedagogickým požadavkem, aby ve třídě nebylo více žáků než 30. Nedostatek času má za následek, že učitelé musí spěchat. Aby vyhověli požadavku praktického výcviku, omezují teorii a znalost učiva omezí jen na mechanické zvládnutí. Úlohy, které vyžadují jisté námahy, se omezí, nebo se zcela vynechají. To vše vede k formalismu. Formalismus v práci učitele je často důsledkem jeho charakterových vlastností: povrchnosti, nedůslednosti, nepořádnosti, lehkomyšlnosti, atd. To se projevuje v přípravě na hodinu, v opravách úloh, zadávání a kontrole domácích cvičení, při zkoušení a hodnocení žáků. Na to pak doplácí žáci, kteří byli takovému

učiteli svěřeni. Práce učitele má však vedle cíle naukového i cíl výchovný, který bývá zvláště u mladších učitelů podceňován. Jestliže učitel trpí žákům různé charakterové nedostatky, jako jsou nepořádnost, nedochvilnost, lajdáctví, zanedbávání povinností, jsou nedůslední ve vymáhání uložených úkolů, zanedbávají důležité složky výchovy mladých lidí; to se pak projeví ve sklonu k formalismu ve vědomostech žáků.

Tradičním problémem, a to nejen při vyučování matematice, je to, že žáci učivu, které se učí, často nerozumí. Proč tomu tak je? Na tuto otázku odpovídají Kuřina a Půlpán (2006): Naše škola je založena převážně „transmisivně“: učitel předává didakticky zpracované učivo formou výkladu. Porozumění učivu je ovšem akt individuální, který navíc neprobíhá automaticky, když učitel vykládá. K porozumění může dojít jen tehdy, začne-li se student o učivo zajímat, zaujme-li aktivní postoj k učení, klade-li si, aspoň vnitřně, vhodné otázky a hledá na ně odpovědi. Základem takto pojatého vyučování je tedy motivace, která může aktivitu studenta navodit. Pasivní žák, žák bez zájmu, ničemu netriviálnímu porozumět nemůže. Informace, které os učitele dostává, si v nejlepším případě zapamatuje, aby je mohl uplatnit při zkoušení, nikoliv však v praxi. Řešení úloh není bez porozumění zpravidla možné. Základní otázkou pochopení matematiky je porozumění jejímu jazyku – a to jak jazyku vzorců, tak i jazyku textu úlohy nebo výkladu, který neužívá ani matematických, ani logických symbolů.

Porozumění je základní otázkou konstrukce poznávaných struktur v duševním světě studenta. Tradiční transmisivní vyučování znamená přenos části hotové vědy (matematiky, fyziky, ...) prostřednictvím výkladu učitele, četby knihy či vyhledávání informací v moderních médiích z jedněch „nosičů“, ze světa kultury do duševních světů žáků. Podstatná složka poznávacího procesu – porozumění – se ovšem odehrává v tomto duševním světě žáka. Porozumění může být podmíněno vhodnými otázkami, úlohami či problémy. Významnou roli hrají přitom zkušenosti včetně sociálních podnětů. Zkušenosti získává žák především ve světě fyzikálním, mohou to být pozorování, ale i záměrně konstruované experimenty.

Zdůrazňujeme-li roli intuice v poznání, neznamená to, že bychom chtěli podceňovat výklad. Jde nám o to, aby výklad nedával příležitost k formálním přístupům, aby rozvíjel představy a byl maximálně podnětný.

Protikladem formální znalosti jsou podle Hejného a Kuřiny (1998) znalosti funkční. Ty jsou organickou součástí žakovy poznatkové struktury, žakovy kognitivní sítě. Adjektiva formální a funkční budeme nahlížet jako polaritní, jako krajní meze: skutečnost se odehrává mezi těmito póly. Otázka, zda je

znalost Y v poznatkové struktuře osoby X formální nebo funkční je sugestivní a nepřesná. Přesnější otázka po míře formálnosti (respektive funkčnosti) znalosti Y ve vědomí osoby X. Přitom mírou zde nerozumíme škálu. Určit míru formálnosti, resp. funkčnosti poznatku Y ve vědomí osoby X znamená určit, jak bohaté a kvalitně je tento poznatek propojen s dalšími poznatky a zkušenostmi osoby X.

Učitel, který usiluje o to, aby jeho žáci znali matematiku neformálně, bude hledat prostředky, jak případný formální poznatek odhalit a jak jej reedukovat. Hejný a kol. (1990) uvádějí deset možností diagnostiky formálního poznatku:

1. Objasnit paradox
2. Rekonstruovat zapomenutý vzorec.
3. Objasnit selhání standardního postupu.
4. Obhájit standardní postup vůči námitce.
5. Najít chybu v úvaze.
6. Aplikovat poznatek v praxi.
7. Rozhodnout o platnosti hypotézy.
8. Najít objekt požadovaných vlastností.
9. Řešit nestandardní úlohu.
10. Objasnit některé pojmy, souvislosti, symboliku atp.

Množinový přístup k vyučování matematice byl mnoha pracovníky na celém světě nadšeně přijímán, modernizace slavila úspěchy i u nás, říkájí Hejný a Kuřina (1998). Radost z poznání nového, kterou prožívali učitelé, se přenášela i na žáky. S učitelem do třídy vstupovala atmosféra tvořivosti a zvědavosti. To měnilo postoje žáků. Jejich spontánní radost z intelektuální práce a nárůst. Pracovní aktivity mile překvapila i učitele. Toto období se však relativně brzy vyčerpalo, a to nejen u nás. Hlavní příčinou této skutečnosti je podle našeho názoru odtrženost školské matematiky od jejich intuitivních základů a tím i od zkušenosti žáka. Do škol se vrátil formalismu, znovu je aktuální otázka, jak ho ze škol odstranit.

3.2 Transmisivní vyučování

Ve stručnosti je transmisivní vyučování zaměřené na výkon žáka spíše než na rozvoj jeho osobnosti. Učitel se v transmisivně vedené výuce snaží předat žákům a studentům již hotové znalosti v dobré víře, že toto je nejlehčí a nejrychlejší cesta k poznání. Žák je viděn v roli pasivního příjemce a ukladatele vědomostí do paměti, aniž by se kladl důraz na jejich vzájemné propojení. To však odporuje přirozenému procesu poznávání: „... dobrý učitel podvědomě tuší, že dítě od narození, na základě vlastní zkušenosti se světem, který je obklopuje, si pomalu buduje svůj vnitřní svět. Ten postupem času uzpůsobuje myšlenkovému světu společnosti, v níž žije, i celému kulturnímu prostředí. (Cachová 2003) Transmisivní způsob výkladu, který má charakter instrukce, nazýváme *instruktivní*.

Roli učitele v transmisivní výuce lze shrnout takto: Učitel v roli trenéra vede svěřence k podání maximálního výkonu u životně důležité zkoušky. Cvičí žáka v řešení typových úloh, které je možné na zkouškách očekávat, ukazuje mu triky, kterými může řešení zlehčit či urychlit. Častým opakováním vstěpuje do žákovy paměti přesné formulace definic, vět, někdy i důkazů. Ve snaze ulehčit žákovi učení hledá cesty, jak jednotlivé poznatky a poznatkové celky nahustit do dobře zapamatovatelných instrukcí, pouček, vzorců, grafů, tabulek, schémat, obrázků, přehledů, návodů a sloganů. Ví, že matematické vědomosti značně zatěžují žákovu paměť, a proto se snaží jejich skladným uzpůsobením žákovu paměť trochu odlehčit. (Hejný; Stehlíková 1999, s. 31)

Role žáka je v tomto typu vyučování omezená. Požaduje se od něj, aby se předkládaná fakta nejen naučil, ale aby si je i osvojil a utvrdil, tj. aby je uměl rychle a bezchybně aplikovat na standardní úlohy, anebo aby je uměl přesně odříkat, zejména tehdy, když to potřebuje. J. Mareš tuto roli charakterizuje takto: U transmisivního vyučování je žák v závislém postavení, učitel zastává roli experta, direktivní autority, trenéra. Zvýrazňují se nedostatky v žákové výkonu, počítá se s jeho nesamostatností, potlačuje se jeho odpor, odměňuje se úsilí, snaha přizpůsobit se, podřídit se. Centrem učitelova zájmu bývá učivo, nikoli žák a jeho rozvoj (G. O. Grows, 1991 in. Mareš, 1998).

Transmisivní vyučování výstižně charakterizují např. Kolář a Šikulová (2007):

Činnosti učitele	Činnosti žáka
Stanovuje si, co bude v hodině probírat,	Netuší, co bude v hodině dělat, nebo má jen matnou představu na základě dříve zpracovaného učiva, vzpomíná, kde se s tématem setkal.
Rozdělí učivo na tématické celky a témata, která odpovídají kapitolám v učebnici, pro vyučovací hodinu si vybírá určité téma.	Vyslechne informaci, které téma se bude probírat a kde toto téma nejde v učebnici (!!! Cíle, kterých má v hodině dosáhnout, mu zůstávají skryté).
Vybrané téma oznámí žákům na začátku hodiny.	
Na začátku hodiny opakuje a zkouší učivo z předchozích hodin jako přípravu pro novou učební látku.	Prokazuje, co si zapamatoval z předcházející hodiny a jak zvládá „staré učivo“.
Nové učivo vyloží žákům (studentům),	Poslouchá a vnímá výklad učitele (rozdílně a v různé intenzitě),
Provede zápis na tabuli (popř. nadiktuje zápis),	Provádí zápis do sešitu,
Řídí opakování a upevňování učiva.	Odpovídá na položené otázky, prokazuje tím, že učitelův výklad poslouchal, že učivo „chápe a rozumí mu“. Řeší zadané úkoly, aplikuje zvládnuté postupy na upravené situace, reprodukuje učivo.
Kontroluje zvládnutí požadovaných znalostí a dovedností.	
Hodnotí zvládnutou úroveň učiva.	
Na základě podaných výkonů rozdělí žáky do několika skupin a oznámkuje.	Vyslechne a vnitřně zpracuje informaci o udělené známce (!!! Někdy bezprostředně po výkonu, jindy s časovým zpožděním, !!! méně

	často se dozví, co neuměl a co má dělat, aby zjištěné nedostatky odstranil).
Probrané učivo přesune do kategorie „staré učivo“.	Učivo a činnosti, které byly předmětem hodnocení, přesouvá do kategorie „staré učivo“ (není třeba se jim již nedále zabývat).
Připravuje pro žáky „nové učivo“.	

Úkoly



a) pro samostatnou práci

1. Vlastními slovy definujte rozdíly mezi pojmy formální a formalistické.
2. Najděte co největší množství důkazů o kladech a záporech formalismů v matematice.
3. Formulujte základní nedostatky transmisivního vyučování.
4. Na základě vybraného úzkého tématu z učiva matematiky uveďte konkrétní případy, kdy použití formálních operací nevede k formalistickému získávání vědomostí.
5. Shrňte, co jste se dověděl/a a co byste sdělil /a svým kolegům ve škole.

b) pro práci ve skupinách

1. Navrhněte činnosti k potlačení nedostatků transmisivního vyučování ve zvoleném učivu.

Aktivita: Rozdělte se do skupin a zvolte si společné úzké téma učiva. Najděte v něm prvky transmisivního vyučování. Navrhněte činnosti k potlačení jeho negativ. Následně prezentujte své výsledky a konfrontujte návrhy s ostatními skupinami.

4. Konstruktivistické teorie



Cíle

Po prostudování této kapitoly dokážete:

- vysvětlit hlavní myšlenky konstruktivismu
- vyjmenovat rozdíly mezi konstruktivistickým a transmisivním paradigmatem výuky
- charakterizovat základní rysy konstruktivistického přístupu k výuce matematiky
- využít základních elementů konstruktivistického přístupu k vytvoření přípravy na vyučovací hodinu matematiky.
- identifikovat žákův individuální typ učení – auditivní a vizuální a přizpůsobit jim styl výuky
- vysvětlit podstatu vybraných typů konstruktivisticky orientované přírodovědné výuky
- se orientovat v základním rozdělení vnitřních proudů konstruktivismu

Lze konstatovat (společně s Klahousem, Obstem a kol., 2002), že konstruktivismus vychází především z evropské genetické epistemologie J. Piageta a americké kognitivní psychologie.

U Bertranda (1998) k tomu nacházíme:

4.1. Konstruktivistické didaktické postupy

U počátků konstruktivistických výzkumů učení stojí dvě významné osobnosti: Jean Piaget a Gaston Bachelard. Piagetovy práce v oboru genetické epistemologie ovlivnily zásadně vývojovou psychologii i pedagogické výzkumy. Piaget (1896-1980) před koncem svého života (1979) shrnoval své

hluboce konstruktivistické přesvědčení: „Padesát let experimentování nás naučilo, že neexistuje žádné poznání, které by bylo výsledkem pouhého zaznamenávání pozorovaného a jež by nebylo strukturováno aktivitou subjektu. Avšak (u člověka) neexistuje ani žádné apriorní či vrozené struktury poznání – dědičnou je jediné sama činnost inteligence a z té se struktury rodí výlučně organizováním postupných aktivit vykonávaných s předměty. Plyne z toho, že epistemologie respektující psychogenetické danosti nemůže být ani empiristická, ani preformistická, může být chápána jediné jako konstruktivismus, v němž jsou nové operace a struktury průběžně vytvářeny“.

Práce Jeana Piageta a ženevské školy umožnily vypracovat konstruktivistické teorie vzdělávání. Badatelé v různých zemích se soustředili na dva hlavní aspekty piagetovské teorie

- za prvé podle interakcí, jimiž subjekt konstruuje své poznání a rozvíjí se v celkovém procesu autoregulace a adaptace na své okolí,
- za druhé podle stádií vývoje dítěte.

První úvahy o *vstupní kultuře učícího se jedince* a o epistemologických překážkách v učení pocházejí od G.Bachelarda, který se ve Francii od roku 1934 zabýval filosofií vědeckého poznání. Bachelard už tehdy říká velmi zajímavé věci, zvláště pro učitele přírodovědných předmětů. V roce 1940 vyslovuje následující paradox: „Neznalost je jistou formou poznání! Vědec přehlíží, že neznalost představuje síť propojených pozitivních, houževnatých a vzájemně se podporujících omylů. Neuvědomuje si, že duchovní temnoty mají svou strukturu a že za těchto podmínek musí z každé správné objektivní zkušenosti vždy vyplynout oprava subjektivního omylu. Omyly však nelze zničit snadno jeden po druhém. Mezi omyly panuje souhra. Vědecké myšlení se nemůže ustavit jinak než zničením nevědeckého myšlení. Vědec důvěřuje příliš často roztržité pedagogice, zatímco vědecké myšlení by mělo směřovat k úplné subjektivní reformě. Každý skutečný pokrok ve vědeckém myšlení vyžaduje „obrácení“ člověka“.

Bachelard tak nabídl konstruktivistickou filozofii, která později ovlivnila mnoho badatelů.

Filosofie odmítnutí (1940) není žádným negativismem, právě naopak. Souhlasí jasně se změnou samotných principů poznání, s konstruktivistickou činností. Vědecké poznání je konstrukcí, která se bez ustání vyvíjí. „Dobře přemýšlet o skutečnosti znamená využít svých ambicí k proměně a povzbuzení myšlení.“ Člověk obohatí své poznání tím, že odmítne své staré výklady skutečnosti. Je třeba v realitě hledat to, co protiče dřívějším zkušenostem. „Dia-

lektizovat myšlení“, říká Bachelard (1940), „znamená zvýšit jistotu, že vytvoříme úplná a vědecké metodě odpovídající pojetí jevů, že budou znovu vzaty v potaz všechny proměnné, které věda či naivní myšlení ve svém prvním úsilí přehlédly nebo potlačily.“ Právě proto se tak zajímal o nearistotelovskou logiku Alfreda Korzybskeho (1933) a o anatagonistický dualismus Séphana Lupasca. Bachelard měl totiž v době, kdy byla vydána *Filosofie odmítnutí*, přístup k nepublikovanému Lupascovu rukopisu. A právě proto žádal vědce, aby usilovali o vědomé vyjádření své nepřiznané intuice a snů, které stojí na počátku jejich cesty za zdánlivě realistickými myšlenkami.

Je tedy třeba pochopit, že Bachelardova filosofie je od samého základu dialektická a konstruktivistická. Každý člověk konstruuje své poznání kritikou prověrkou svých současných poznatků a svých zkušeností. Bachelard zavádí pojem *epistemologického profilu*, který bude v různých podobách při následných výzkumech dalšími badateli přebírán. Shrňme krátce tuto myšlenku, protože měla později obrovský vliv na bádání v oblasti vzdělávání. Daná osoba má určitou vědeckou kulturu, která se vyvíjí v jistých stádiích. Obvykle přechází od naivního realismu k diskursivnímu racionalismu. Bylo by možné, připojuje Bachelard (1940), vytvořit jakési album epistemologických profilů. Už v knize *Utváření vědeckého myšlení* (1938) píše: „Vždycky jsem žasl nad faktem, že učitelé přírodovědných předmětů – ještě více než ostatní učitelé – nechápou, že lidé nechápou. Nikdy neuvažovali nad faktem, že žák přichází do třídy s už hotovými empirickými poznatky. Pak už nejde o to získat vědeckou kulturu, ale přejít do jiné kultury, odstranit z cesty překážky nahromaděné každodenním životem.“

Většina konstruktivistických didaktik je založena na pojmu *prekoncept* (*prvotní představa*). V čem spočívá tento velmi důležitý pojem? Larochelle a Desautels (1992) tvrdí, že výrazy „prekoncept“ a „mylný koncept“ náležejí do výzkumů, pro něž „nějaká norma určuje hodnotu konkrétního konceptu a propůjčuje mu jakýsi druh legitimacy. V takovém pohledu se prekoncept ukáže jako nezralý či neúplný ve vztahu k přijaté normě, zatímco mylný koncept bude označován jako koncept falešný vzhledem k téže normě. A navrhuji, aby za definici spontánního konceptu byla přijata definice reprezentace, tak jak ji formuloval D. Odelet (1984), tedy „referenční systém, v jehož rámci probíhá transformace, integrace a osvojení nových či odlišných informací nebo reprezentací“ Uvedení autoři dodávají: „Na pojmové úrovni se spontánní koncepty tedy jeví jako výsledek všech interakcí subjektu s jeho prostředím jako ta vysvětlení, která jsou subjektu vlastní a popisují některé z jeho interakcí s tímto prostředím.“

Giordan (1990) tvrdí, že prekoncepty jsou komplexní, jsou tvořeny vzájemně na sebe působícími otázkami, operačními invarianty, sémantickými a referenčními rámci a nositeli významů. Navíc jsou mobilizovány v závislosti na situaci, v níž se subjekt nachází, a jsou této situaci přizpůsobovány. Tyto reprezentace představují současně dekodovací struktury, které dávají význam nashromážděným informacím, a „přijímací“ struktury, které případně umožní zabudovat nová fakta. Hrají tedy roli prostředníka mezi poznatkem a strukturami myšlení jednotlivce – žák vypracovává své poznání v interakci mezi těmito prekoncepty a informacemi, které si z nich může opatřit. Prekoncepty tedy nejsou ani odrazové můstky, ani výsledky konstrukce poznání. Jsou samostatnými nástroji této činnosti. Jsou neustále přebudovávány a nový poznatek musí být integrován do preexistujících struktur, které má žák k dispozici. Je nutné, aby proběhl proces reorganizace poznatků. Žák dovoluje, aby do jeho vlastní kognitivní struktury vstoupila realita vnějšího světa. Nové informace jsou zpracovány v závislosti na dřívějších poznacích, avšak tyto informace rovněž proměňují schémata myšlení. Odtud paradox tohoto kognitivního úsilí – cílem poznání je „zničit“ dosavadní poznání, aby vzniklo nové, lepší. Jde současně o proces i výsledek. Prekoncepty představují jedině nástroje, které má žák k dispozici; vždyť právě jimi dekoduje realitu. Současně je však třeba neustále je zpochybňovat, protože vedou nevyhnutelně k pocitu jasnosti a evidentnosti. Sám fakt, že se předpověď opírající se o spontánní model ukáže jako chybná, nestačí totiž k tomu, aby byl tento model sesazen z vůdčí pozice; předpověď se tváří v tvář zkušenosti upraví a vysvětlení se tomu podobně přizpůsobí. Žák bude muset zajisté často postupovat proti své počáteční koncepci, ale učiní tak, až si uvědomí všechny její slabiny.

Objevují se však i teorie mířící proti prekonceptům, které říkají, že vyučování musí jít proti reprezentacím žáků, které pro ně představují překážky učení. Pro badatele, kteří přicházejí s touto hypotézou, jsou prekoncepte zajímavé tím, že ozřejmují jisté omyly. Tyto omyly nejsou jen jakýmisi nehodami. Vynořují se v samotné poznávací činnosti. Ve svých nejcharakterističtějších aplikacích začínají tyto metody jako u prvního směru – fázi, v níž samotní žáci vyjadřují a uvědomují si své reprezentace. Na tomto základě koncipovali teoretikové kognitivního konfliktu několik variant. Podle prvních z nich může učitel jednat sám a zpochybnit prekoncept žáků; jiní navrhuje, aby tuto roli hrála skupina spolužáků, která umožňuje stavět proti sobě v dialogu protikladné názory. Další se zase domnívají, že by po fázi vyjadřování reprezentací měl učitel rozvinout poznatky, k jejichž zvládnutí žáky vede, a pak vyprovokovat konfrontaci s prekoncepty, aby žákům ukázal vzdálenost, která dělí jejich vědění od vědeckého poznání reality.

Alosterický model (Giordan, 1989 a 1990) představuje didaktickou alternativu, ke které se nechali její autoři inspirovat zvláštní vlastností některých bílkovin. U jistých bílkovin lze totiž pozorovat totální proměnu struktury, když se na některé vazebné místo připojí jediný atom nebo relativně malá molekula (tato vlastnost se označuje alosterie). Pořadí aminokyselin bílkoviny zůstává beze změny, avšak objevují se nové spoje mezi jejich řetězci; tyto spoje vedou v případě enzymů k významné změně struktury, a tím i vlastností. Analogickým způsobem by se tedy podle autorů alosterického modelu mělo směřovat k intelektuální deformaci aktivních center myšlenkové struktury učícího se. Stejně jako u bílkovin by tato deformace mohla na daném místě vyústit v transformaci konceptuální sítě. Žák bude mít k dispozici tytéž informace, ale ty nebudou nadále ani dekodovány, ani tříděny stejným způsobem, protože pojmy jsou navzájem propojeny jinými vztahy, které jim dávají nový význam. K získávání poznatků pojmového charakteru dochází jak využitím dřívějších znalostí, které tvoří rámec kladených otázek, odkazů a interpretací, tak odmítnutím těchto znalostí.

A. Giordan se snaží vysvětlit povahu tohoto konfliktního procesu srovnáním myšlenkové činnosti se strukturou a činností enzymu. Bílkoviny jsou tvořeny řetězci aminokyselin řazenými za sebou. Podobně je tomu i s poznáním, které je tvořeno na základě informací. V obou případech vytvářejí různá spojení, vzniklá mezi částmi řetězu a mezi samotnými řetězy, strukturu makromolekuly. Giordan hájí myšlenku „aktivních pojmových míst“ (analogických vazebných pozicím na řetězci proteinu) na nichž se mohou připojovat nové informace. To je základ obvyklého procesu získávání dat, procesu, který obvykle probíhá, když čteme noviny nebo se díváme na televizní debatu. Učící se má všechny vlastnosti potřebné k tomu, aby mohl zprávu dešifrovat a přijmout. Ve školní třídě nové informace bohužel nemohou být přímo integrovány do už existující pojmové struktury. V nejlepším případě jsou přilepeny; nejčastěji se jim myšlení vyhne nebo je ponechá v izolaci. Giordan tvrdí, že deformace myšlenkové struktury učícího se je nezbytná.

Alosterický model získává svůj plný význam právě v tom případě, kdy nám jde o hloubkové učení. Neboť podobně jako může být struktura proteinu totálně proměněna vnesením jednoduché molekuly (alosterická transformace) také struktura pojmového myšlení žáka se může radikálně proměnit v okamžiku, kdy jsou do celku vneseny a integrovány jisté nové prvky. Tento pohled vede ke zdůrazňování významu strukturálních schémat, která mezi pojmy existují. Otevírá se jím problém integrování těchto pojmů do existující struktury. Některé pojmy pak hrají roli „křižovatek“, tedy organizačních center,

zatímco jiné mají druhořadější úlohu. Stejně jako navazuje protein v přesně daných místech své struktury privilegované funkční vazby k určitým biogenním prvkům nebo fosfolipidům, i žák se učí tím, že informace přicházející zvnějšku nepropojuje lineárně jednu za druhou, ale tak, že tyto poznatky uvede do vztahu ke specifickým místům své pojmové sítě. Místa, která umožňují dešifrování nové informace, jsou aktivována učebními situacemi. A právě tato místa jsou také přednostně mobilizována a transformována, aby umožnila integraci těch nových dat, jež zpětně povedou k vypracování nové konceptuální úrovně. V případě učení se základním pojmům nejsou nová data vnášena přímo do sítě dřívějších poznatků, protože ty jsou velmi často překážkou integrace těchto dat.

Zdá se tedy nutné, říká Giordan (1990), abychom překonali didaktická pojetí, která prekonceptům přisuzují jen pasivní roli. Poznání je současně navazováním na dřívější poznatky, které vedly k formulaci nové otázky, i jejich odmítnutím, neboť na každé úrovni chápání je mentální struktura jednotlivce reorganizována v závislosti na jiném přístupu ke skutečnosti. Poznáváme současně na základě našich dřívějších poznatků i v protikladu k nim. A právě tento konfliktní proces chtějí autoři konstruktivistických didaktik prohloubit. Vždyť každé signifikantní učení je výsledkem činnosti učícího se, který dává své aktivitě smysl na základě mobilizovaných prekonceptů, v závislosti na situacích, které prožil, a informacích, kterými disponuje. Minulé zkušenosti a znalosti vytvářely reprezentace, jež jsou pak v přítomnosti vodítkem žákovy kognitivní aktivity. Nová fakta jsou odmítnuta nebo integrována, a tak žák získává nové poznání.

Uvedené výzkumy současně vysvětlují, proč ztroskotávají některé tradiční pedagogické postupy i mnohé soudobé inovace vyučování. Osvojování poznatků je plodem kognitivní činnosti žáka, který konfrontuje nové informace se svými dosavadními mobilizovanými poznatky a který pak vytváří nové významy. Ty mohou lépe odpovědět na otázky, které si klade. Vlastní činnost jednotlivce tak znovu získává své ústřední místo v procesu poznávání – to on třídí, analyzuje a organizuje data, aby vypracoval svou vlastní odpověď. Tento proces však není dílem náhody. Je velmi nepravděpodobné, že by žák mohl „objevit“ zcela sám souhrn všech prvků, jež by ho vedly při transformaci pojetí dané otázky, že by sám mohl přeformulovat a vytvářet nové mnohostranné vztahy mezi poznatky. V omezeném čase vyučování není prakticky žádná možnost, že žák zvládne tento úkol sám, jestliže není uveden do záměrně připravených situací (situací, které samy představují otázky, uvádějí do mnoh násobných konfrontací), jestliže nemá k dispozici jisté množství signifikantních prvků (dokumenty, experimenty, argumenty) a jestliže nedostal jistý počet

formálních nástrojů (symboliku, grafy, schémata či modely), které může při svém postupu používat.

Lze dodat, že nová úroveň poznání nahradí dřívější úroveň jen tehdy, jestliže žáka zaujme a ten se na ní naučí pracovat. I na této úrovni pak učící se žák musí mít možnost konfrontace s určitým počtem přizpůsobených situací a vybraných informací, které mu umožní novou rentabilní investici jeho myšlenkového úsilí. Je tedy třeba opustit myšlenku, že bychom mohli žáky nechat vytvářet nové pojmy a pojetí výlučně na základě pozorování, cvičení nebo zkušeností uskutečněných ve třídě. To neznamená, že je nevyhnutelně nutné vrátit se k tradičním metodám výkladu. Poukázat na pojem nebo ho vysvětlit není postačující. Je nutné, jak tvrdí Giordan, vícekrát uvést žáka do vhodné pojmové nerovnováhy. Jde o to, aby se žák pustil do aktivní práce na svém poznání. K tomu je užitečné ho motivovat, aby ho zaujala otázka, které se chceme ve vyučování věnovat, nebo alespoň žákovi umožnit, aby se na její formulaci podílel. Určitá škála autentických konfrontací je zde nezbytná (konfrontace žák-skutečnost, žák-žák, žák-informace, žák-učitel). Tyto konfrontace musí žáka přesvědčit, že jeho dosavadní koncepce se nehodí pro řešení daného problému. Odtud plyne nutně požadavek, aby učitel měl mnoho rozmanitých, pozvolna rozvíjených argumentů, a nikoliv jen jeden, rychle prezentovaný argument. Konfrontace musí žáka přimět k tomu, aby hledal nová data s cílem obohatit svou znalost otázky, o níž ve vyučování jde. Musí ho dovést k tomu, že poodstoupí od svých dřívějších názorů, dosud považovaných za samozřejmé. Pak může žák problém teprve znovu formulovat a začne uvažovat o nových vztazích. Je důležité, aby žák uměl přistoupit k určitému formalismu, který představuje důležitou pomůcku pro jeho uvažování. Tento formalismus (formalizace), který může nabýt velmi rozmanitých forem (symbolika, tvorba schémat, konstrukce modelů), musí umožňovat snadnou manipulaci, aby žákovi pomohl organizovat nové poznatky nebo aby mu poskytl oporu pro vytváření jejich nového uspořádání. Hlavní těžkosti, se kterými se žák setkává, často spočívají buď v tom, že neví, jak propojit nové s tím, co už dříve poznal, nebo v tom, že nedokáže mobilizovat a upotřebit známé informace, či v tom, že nenajde společného jmenovatele jistého celku jevů. To, co se dříve naučil, zůstává pro něj často nevyužitelné; je velmi důležité, aby učitel používal postupy, které žákům pomohou propojit nové informace s tím, co už vědí, aby mohli konstruovat nové významy. Jinak nové informace, jež žák postřehl, zůstávají v izolaci, protože jsou vázány na konkrétní situaci, v níž se s nimi setkal, a jeho dosavadní koncepty setrvávají v dřívějším organizačním rámci. Zavedení nového modelu umožňuje nový pohled na skutečnost. Tento model pak může sloužit jako „tvrdé jádro“, kolem kterého budou seskupovány nové informace a

od kterého se bude odvíjet získávání nových poznatků. Bude užitečné, když tento model, jehož úkolem je organizovat budoucí informační vstupy, bude přehledný, srozumitelný, přizpůsobený žákovu způsobu chápání problému. Lze si přát, aby na samém začátku měl žák možnost důvěrně se s tímto modelem seznámit, tedy aby měl možnost takový model vytvořit a uvést v činnost. Znalost pracovních činností nutných pro realizaci učení může učiteli umožnit, aby předcházel žakovým obtížím tím, že ho bude orientovat k vykonávání činností, které pomohou zaplnit mezery v jeho poznání. A dále tím, že mu pomůže využít adekvátních didaktických postupů a činností vhodných pro usnadnění procesu změny prekonceptů.

Ovšem ani respektováním všech zde uvedených parametrů vyučovacího procesu nedosáhneme vytvoření trvalých poznatků, jestliže nejsou současně splněny další podmínky. Tak je například užitečné nabídnout učícímu se situace, v nichž by mohl uplatnit své nové poznatky, aby si vyzkoušel jejich použitelnost i jejich meze. Kromě tohoto přímého přínosu ukazují tyto situace žákovi, že novým informacím se snáze naučí, když je bude integrovat do stávajících struktur. V aplikačních situacích si tak žák zvyká na roubování nového na staré, učí se pohybu sem a tam mezi tím, co už zná, a tím, co se právě učí. Žák se tím učí aktivovat nezbytné dřívější poznatky, a může si dokonce v jistých případech vymyslet takové osobní způsoby práce, které mu umožní vytvářet vztahy mezi novým a starým.

Dále je důležité, aby toto učení bylo vertikálně integrováno kolem několika organizujících pojmů. A konečně je vhodné, aby učící se jedinec mohl rozvíjet poznání o svém poznání, tedy jistou reflexi svých kognitivních činností, které mu umožní uvidět jejich dosah a význam a dovede ho k tomu, že si uvědomí typy logického myšlení, které jsou skryté v jeho postupu přítomny. Početné práce zabývající se obtížemi žáků ukazují, že překážka se někdy neskrývá v učivu samotném, ale je nepřímým důsledkem intuitivní epistemologie (představy o tom, jak poznávat a učit se), kterou žák má o poznávacím procesu nebo mechanismech získávání poznatků. Z toho zcela jasně vyplývá, že úloha učitele je primární a nezastupitelná – výběr předávaných informací, jejich uspořádání a postup práce nemohou být definovány žádnými předem danými osnovami. Učitel je pro žáka podporou, organizuje podmínky učení. Učí se však žák, a to na základě vlastních myšlenkových struktur. A právě on se z toho či onoho důvodu musí ocitnout v situaci, kdy bude muset změnit své představy. Role učitele je důležitá – musí navrhnout a realizovat takové didaktické prostředí, které je nezbytné pro to, aby se žák dopracoval ke znalostem a aby je užíval.

Larochelle a Desautels (1992) navrhli teorii, vysvětlující proces vývoje a proměn žákových konceptů, kterou nazvali *epistemologické rušení*. Při jejím studiu shledáváme, že vycházejí z konstruktivistické interpretaci žákovy poznávání: „Snahou o explicitní vyjádření konceptů, které si žáci spontánně vytvořili o jevech ze svého každodenního života, a jejich studiem didaktické svým způsobem potvrdili správnost jedné z tezí konstruktivismu, totiž předpokladu, že žádná vzdělávací činnost nemůže obejít dosavadní poznatky učících se je třeba s nimi počítat!“ Dále se věnují konceptu kognitivního konfliktu. Popisují jeho pedagogické použití, poukazují na problémy, které klade a navrhuje, aby byly spíše užívány „modely konceptuální změny“. Didaktickou strategii kognitivního konfliktu shrnují následovně: Představení studovaného jevu. Žáci jsou vyzváni, aby formulovali a prodiskutovali své chápání studovaného jevu a také svůj odhad jeho průběhu. Tato fáze může být z pedagogického hlediska více či méně komplikovaná, hlavně způsobem organizace diskuse o ideách a úrovni intelektuálních nároků kladených na žáky při rozvíjení argumentace.

Vnesení rušivé události. Žáci mohou být konfrontováni s jevem, který se zdá těžko vysvětlitelný v rámci jejich představ nebo jehož průběh protiče jejich odhadům. Může tak dojít k tomu, že tyto události u nich vyvolávají kognitivní konflikt, plynoucí mimo jiné i z rozdílu mezi jejich očekáváním a pozorovanými daty.

Restrukturace idejí. Tato fáze je charakteristická vykonáváním rozličných činností (diskuse, výklady, práce, praktické činnosti), jejichž cílem je pomoci žákům v řešení problému či problémů, které jsou spojeny s rušivou událostí. Dochází tedy k návratu do stavu kognitivní rovnováhy. Postulujeme pak, že toto řešení je přivede ke změně jejich představ ve prospěch těch, které jsou v dané vědecké disciplíně uznávány.“

Je velmi důležité uvědomit si, že autoři vycházejí z konstruktivistické koncepce vědy, kterou nacházíme jasně vyjádřenou v následujících výrociích Larochelle a Desautels (1992):

„Vědecké poznání je poznáním konstruovaným, vynalezeným. Vědci vypracovávají pojmy, zákony a teorie, aby dali význam jevům, jejichž modely vytvářejí, a aby tak zodpověděli otázky, které si ohledně těchto modelů kladou. Vědecké poznání je poznáním vyjednaným a argumentovaným. Produkce vědeckých poznatků je převážně kolektivním dílem . idiosynkratická věda neexistuje. Modely a řešení jsou předkládány k vyhodnocení kolegům, kteří zvažují jejich logickou a experimentální přesnost ve vztahu k uznaným poznatkům. Na druhé straně se tato explicitní kritéria opírají rovněž o kritéria

přijímaná mlčky, jako jsou například metafyzická přesvědčení, prestiž vědců atd.“

Autoři formulují velmi zajímavou poznámku. Konstatují, že vědecká koncepce je vždy automaticky považována za hodnotnější než prekoncepce. Tážou se pak, na jakém principu spočívá tento pohled na vědu: „Přednost je vždy dávana šíření a posílení vědeckých konceptů, a to na úkor těch, které si zkonstruovali sami žáci. Předpokládá se, že i když jsou vědecké koncepty výsledkem usuzování, přece jsou zbaveny toho, co je typické pro diskurs, totiž jeho významového kontextu; této imunitě se netěší koncepty žáků.“

4.2 Styly učení

V této kapitole se podle Bertranda (1998) podíváme na jiný způsob, jak zacházet s principem konstrukce poznání. Jde o užití *pedagogických profilů (stylů učení)*, které popisují kognitivní charakteristiky žáků (jinak viz též Mareš 1998):

Model Antoina de la Garanderie

Zkušenost nás podle tohoto autora učí, že žák má své schopnosti učení, ovládá pracovní metodu i způsob, jímž zachází s informací. V začátcích své výuky filosofie si de la Garanderie všiml, že myšlení žáků není žádná tabule rasa. Žáci mají nějakou zkušenost, „prefilosofii“, měli své intuitivní přístupy, své formy argumentace, které tvořily pedagogické nevědomí nebo podvědomí. Žák má jisté zvyklosti ve svém mentálním chování, které se mohou stát epistemologickými překážkami, stojícími v cestě každé mentální změně, kterou bychom v něm chtěli vyvolat. Ve třídách a ve skupinách učitelů a vynikajících žáků tedy A. de la Garanderie blíže studoval mentální návyky a posléze konstatoval, že žáci pracují s pomocí mentálních obrazů či reprezentací, které se pro ně staly obecnými postupy aplikovanými na všechny oblasti poznání. „Základním pedagogickým zákonem je, že k učení a chápání potřebujeme mentální obrazy.“ K tomu ještě tento autor dodal (1980), že naše racionalistické dědictví tyto obrazy odsoudilo. Myšlení bez obrazu neexistuje a mentální obraz je látkou chápání a zapamatování. Konstatoval rovněž, že mnohost mentálních postupů a návyků používaných při vybavování informací různými žáky nebo učiteli je možno převést na dvě velké skupiny, významné z pedagogického hlediska – na typ vizuální a typ auditivní. Toto rozlišení mezi typem vizuálním a auditivním pohází od slavného francouzského neuropsychiatra Carnota, který ho odůvodnil na konci devatenáctého století ve svých přednáškách o afázii. Vizuální typy si realitu představují a konstruují v podobě vizuálních mentálních obrazů věcí nebo tvarů. Auditivní typy si realitu vyprávějí v podobě vnitřního jazyka – vyvíjejí činnost pomocí verbálních či auditivních mentálních obrazů. Tak jako se člověk rodí jako levák nebo pravák, tak se rodí jako typ vizuální nebo auditivní. To vede A. de la Garanderie k tomu, že navrhuje konkrétní pedagogiku opírající se o metodu vybavování informace. Podle něj totiž existuje vztah mezi úspěchem žáka a metodou učitele, protože tato metoda bude vědomě či nevědomě vizuální nebo auditivní. Úspěch žáka závisí na jistých podmínkách, mezi než patří znalost pedagogických profilů žáků a učitelů.

Pedagogické profily a vyučování matematice

Bertrand pokračuje tím, že děti, které mají úspěch nebo ztroskotají v matematice, dělají gesta, která jsou podmínkou jejich úspěchu nebo jejich ztroskotání; tato gesta jsou neviditelná, jsou to gesta mentální. A přitom by znalost těchto gest umožnila učitelům, aby účinně pomohl žákovi, který má potíže, a to tím, že by ho naučil lépe využívat jeho vlastní učební postupy. Jak vypadají tato mentální gesta v matematice? Jak je určit? Jaký je vztah mezi povahou mentálních gest a způsobem řešení problému? Které procesy si děti spojují s aritmetickými operacemi a jaký vliv mají tyto procesy na řešení, jež děti navrhnou? Jak přivést děti k tomu, aby dělaly ta mentální gesta, která jim vyhovují?

Na tyto otázky se snažil odpovědět A. Taurisson ve svých výzkumech týkajících se vyučování matematice na základní škole. Výsledky shrnul do výtečné knihy *Gesta úspěchu v matematice na základní škole* (1988). Gesta úspěchu v matematice na základní škole jsou přesně danými gesty. Lze je popsat. Lze si je osvojit; k tomu je však nutno naučit se je rozpoznávat. Vše vychází jednak z rozlišení, které A. de la Garanderie provedl ve své knize *Pedagogické profily* (1980) tj. rozlišení mezi vnímáním (percepce) a vybavením (evokace) a jednak ze vztahu mezi těmito styly vybavování informace a školním úspěchem. Pochopení se opírá jak o percepci, tak o evokaci, která je návratem k tomu, co bylo vnímáno, aby odtud byl získán potřebný vizuální nebo auditivní obraz. Evokace je podmínkou reprezentací, které si žáci vytvářejí ve vazbě na matematický jazyk, operace a strategie řešení problémů. Soustředit se na text znamená provést jeho evokaci. Je to fáze aktivní, přirozená a vždy přítomná, fáze návratu k tomu, co bylo vnímáno s cílem vytvořit si mentální – vizuální nebo auditivní – obrazy. Mentální gesta, která žáci vykonávají, aby manipulovali těmito vizuálními nebo auditivními obrazy, aby získali nové obrazy nebo je transformovali, mohou být šikovná nebo neobratná. Mohou být i obrazy auditivní. Ten, kdo slyší hlas čtoucí text, který dešifruje jeho oči, chápe na základě zvukového obrazu, jež si konstruuje. Existují i obrazy, které nejsou ani vizuální, ani auditivní, avšak A. Taurisson zůstává u těchto dvou kategorií vizuálních a auditivních obrazů, protože právě ty podmiňují náš rozumový život. Taurisson (1988) tedy přebírá teorii A. de la Garanderie a tvrdí, že „evokace je návratem k našim vjemům s cílem vytvořit mentální obrazy, jejichž povaha je auditivní nebo vizuální, a to s cílem dát smysl tomu, co je vnímáno.“

Výzkumy, které A. Taurisson prováděl u dětí, mu umožnily zdůraznit jeden neobvyklý aspekt: evokace nezávisí na evokovaném obraze, ale na tom, kdo evokuje. Vizuální typ si vytváří vizuální reprezentaci četby nebo hudební

skladby, auditivní typ si vzpomene na verbální popis, který si vytvořil při pohledu na obraz nebo při poslechu písničky. V každém případě předmět působí jako roznětka pro vytváření buď vizuálních, nebo auditivních obrazů u pozorovatele. Úhrnem řečeno, každá osoba zpracovává skutečnost prostřednictvím *mentálních obrazů* závisících na jejím stylu nebo na jejím jazyce, který A. de la Garanderie nazývá pedagogickým profilem.

Prvním krokem pro každé řešení problémů je hledání takové reprezentace problému, která odpovídá stylu evokace toho, kdo má problém řešit. Vizuální typ potřebuje prostorovou reprezentaci problému, stavějící před něj všechny prvky zadání. Mezi zadáním a reprezentací, na níž žák vyvine úsilí o nalezení řešení, nesmí dojít ke ztrátě informací. Auditivní typ si potřebuje vytvořit takovou reprezentaci problému, v níž se budou moci zřetěžit postupně činnosti. Soustředí se spíše na aktéry problému než na situace. Tato Taurissonova interpretace jako by protiřečila interpretaci A. de la Garanderie (1980), který říká toto. „Základním pedagogickým zákonem je, že učitel musí žáku zajistit vnímání obrazů toho, co vnímá, potřebuje výuku, jež mu dodá auditivní vjemy a naopak.“

Strategie řešení problémů úzce závisí na stylu evokace. Na základě vhodné reprezentace budou mít strategie řešení problémů následující charakteristiky:

- strategie řešení problémů žáka vizuálního typu se budou častěji opírat o analogie, prostorovou reorganizaci problému, o vyhledávání pravidelností,
- vizuální typ se zajímá spíše o situaci než o aktéry. Představí si všechny údaje o problému dřív, než začne vyvíjet jakékoliv úsilí o řešení. Úsudek je situován v prostoru a přehlíží čas. Je-li reprezentace číselná, pak bude řešení nalezeno hledáním pravidelností a zákonitostí. Je-li reprezentace grafická (geometrická), pak bude řešení nalezeno prostorovou reorganizací,
- strategie řešení problémů žáka auditivního typu se budou častěji opírat o iterativní procesy, o rozložení problému na zřetěžení jednodušších problémů, o číselné vztahy,
- auditivní typ se zajímá spíše o aktéry než situace. Začíná problém řešit vyprávěním. Údaje si uvědomuje postupně. Úsudek se odvíjí v čase. Jasně určené časové jednotky je vítanou pomocí. Je-li reprezentace číselná, pak bude řešení nalezeno na základě číselných vztahů. Reprezentace jsou spojeny s pohybem.

Pokud má učitel poskytnout žákům reprezentace, které budou moci použít, pak důležitější je, aby jim dal především prostředky k vlastnímu vytváření

reprezentací, které jim vyhovují. Nezapomínejme totiž, že řešíme problém, který existuje v naší reprezentaci, a nikoliv ten, který nám byl zadán. Chápat neznamená být divákem, ale konstruovat si reprezentace. Bez mentálních obrazů není soudržný svět. Většina žáků, kteří mají problém na základní škole s matematikou, si nevytváří žádný typ reprezentací problémů, které jsou jim ukládány. Pro žáka je to jedna a tatáž věc, jestli učitel problém vysvětluje, nebo znázorňuje. Ať je forma jakákoliv, dojem pochopení problému nezíská žák z učitelova vysvětlování, ale na základě transformace, kterou při poslechu učitele provádí. V každém případě je pochopení důsledkem mentálních gest, která žák vykonává podle toho, co mu učitel umožňuje vnímat, a není důsledkem prostého vnímání vysvětlení nebo problému. Mentální reprezentace problému je výsledkem tohoto úsilí. Proto je nesmírně důležitá otázka, jak dovést žáky k tomu, aby si vytvářeli mentální obrazy problémů, které mají řešit. Aby žáci problém pochopili, znásobují často učitelé své úsilí. Vysvětlují, používají ještě více slov, dělají ještě více nákrusů. Požadují po žácích, aby byli pozorní, aby se snažili chápat. Avšak vysvětlení, které už jednou ztroskotalo, ztroskotává často znova.

Více než polovina dětí se snaží řešit vymyšlený problém na základě jednoho slova ze zadání, na základě vzpomínky. Některé děti modifikují někdy nevědomky, zadaná data, protože nemají rády jistá čísla, na něž mají obtížné afektivní vazby. Jiné děti si vytvářejí jen částečné nebo naprosto imaginární reprezentace problému a falešná reprezentace se pak stává problémem, který je třeba řešit. V mnoha případech žákova úzkost roste úměrně s nepochopením a matematický svět se mu zdá jako inkoherentní. Úspěch se těm, kteří si nevědomují z jakých gest se zrodil, často jeví jako podvod, a oni jsou pak pronásledováni pocitem, že v kterémkoliv okamžiku se všechno může zhroutit, protože hluboko ve svém nitru jsou přesvědčeni, že nechápou. Tento pocit přináší více než kterýkoliv jiný předmět matematika. Podle A. Taurisona je tedy třeba najít prostředky k maximálnímu možnému zlepšení reprezentací, které si žáci na základě zadaného problému vytvářejí, a otevřít jim tak zdroje radosti, kterou člověk prožívá při úspěšném řešení problému.

Obecný závěr, který plyne. Učitelé musí počítat s procesy učení a s dosavadními poznatky učícího se jedince. Je obzvláště nutné objevit, jaké jsou poznatky, které žák má, jaké jsou jeho modely, reprezentace, způsoby zpracování informace, je-li jeho chápání naivní či spontánní. Je třeba předvídat, že mohou nastat *epistemologické konflikty* těchto poznatků s vědeckým poznáním prezentovaným ve škole, a je třeba žákovi pomoci přejít z jednoho stadia poznání do druhého, spíše vědecktějšího.

4.3 Pedagogický konstruktivismus

O pedagogickém konstruktivismu se u Kalhouse, Obsta a kol. (2002) dovídáme toto:

Vymezuje jako snaha o překonání transmisivního vyučování, jež je chápáno jako předávání definitivních vzdělávacích obsahů žákům, kteří jsou při tom odsouzeni do pasivní role jejich příjemců. V transmisivním pojetí jako by vyučování bylo podobné přidávání zboží (znalostí) do skladu (žakovy mysli), kde příliš nezáleží, co už je v sousedních odděleních skladiště. Konstruktivisté upozorňují, že takto snad lze žáky naučit jednotlivým faktům nebo mechanickému provádění postupů, ale jejich „význam“, „smysl“ nemůže být nikdy předán (transmitován) učitelem nebo knihou, mluveným nebo psaným slovem. Významy a porozumění smyslu jedinci sami *konstruují*, když aktivně pracují s předloženými informacemi a zkušenostmi. Tato výstavba poznání je navíc zásadním způsobem ovlivněna dosavadními znalostmi, dovednostmi, zkušenostmi a mentálními strukturami, které žák již má. Výstavba poznání je procesem aktivním (činnostním), žák musí dostat příležitost s učivem pracovat. Činnosti (aktivity) bývají zprvu fyzické (např. manipulace s objekty), později – když už má žák představu – probíhají v mysli (mentální operace).

Důležitým předpokladem konstruktivistického pojetí je položení výchozího bodu vzdělávacího procesu do místa, kde je žák, jehož mysl se od narození vždy orientuje v komplexním prostředí a je zaměřen na vytváření celkového obrazu. Jak zdůrazňuje Smith (1997), žák v hlavě má více či méně ucelenou představu, jaký je svět. Tato představa je základem jeho vnímání a porozumění dalším informacím, je kořenem veškerého učení, zdrojem všech nadějí a strachů, motivů a očekávání, racionálního i tvořivého uvažování. U této představy setrvává tak dlouho, dokud si podle ní může uspokojivě vyložit to, co ho zajímá. Veškeré efektivní učení je modifikací a zdokonalováním této prvotní představy žáka.

Dále Kalhous, Obsta a kol. praví: Ve výuce by dítě (každé zvlášť) mělo samo přijít na to, jak to je, najít princip, podle kterého se věc řídí, protože potom pochopí i logiku jejího chování a najde pravidlo pro řešení. Pro učitele bývá ovšem nejnáročnější, aby se zdržel rad, napovídání, aby nebyl chytrý, ale aby se spíše tázal. Během času se žakovy zkušenosti obohacují (zvlášť tehdy, jestliže tomu napomáhá i učitel), až přijde chvíle, kdy si uvědomí, že něco při svých úvahách nechal v patrnosti.

Proces konstrukce (resp. re-konstrukce) poznání mívá dvě fáze: první zahrnuje zkoumání nového předmětu nebo myšlenky a vede někdy k *nerovnováze* (žák zjišťuje, že nová informace není v souladu s jeho dosavadní znalostí, zkušeností); druhá pak je řešením tohoto rozporu a ustanovením obnovené rovnováhy – to si žádá často změnu dosavadního pojetí. Konstruktivisticky pojaté vyučování usiluje o navození situací, které budou aktivně vstupovat do jakési „chemické reakce“ s prekonceptí dítěte. Často jde o snahu vyvolat vědomí problému, pocitu napětí mezi dosavadní představou a novou informací nebo zkušeností. Předpokladem je začít diagnostikou intuitivních představ dítěte o daném jevu, a pak poskytnout dítěti zkušenosti, které vedou ke kognitivnímu konfliktu s danou představou. Aby byl kognitivní konflikt vyřešen, musí dítě konstruovat nebo nalézt nová řešení.

Konstruktivisté tedy studují jednak to, jak je proces učení podmíněn úrovní žákových (mentálních) schopností a jeho dosavadními znalostmi. Dále zpochybňují použitelnost obecných modelů „učení jako takového“ a soudí, že proces učení je třeba studovat jako učení konkrétnímu obsahu (tedy zkoumají specifika učení v jednotlivých předmětech – zajímají je oborové didaktiky nebo interdisciplinární bádání mezi psychologii učení a teorií vyučování – psychodidaktika).

Jeden ze zakladatelů konstruktivismu, J. Piaget, se po formulaci teorie stádií a struktury mentálních operací dlouho věnoval výzkumům vztahujícím se k tomu, jak si děti vytvářejí pojetí jednotlivých základních kategorií důležitých pro mnoho oborů – jak se vyvíjí jejich chápání prostoru, času, příčinnosti aj. Myšlenku, že poznatky jsou konstrukty spojující objekt a subjekt, můžeme nalézt u Kanta, který řešil rozpor mezi idealismem (podstatné poznání je do mysli předem vloženo) a empirismem (poznání je přímým odrazem vnějšího světa na čisté tabuli mysli).

Podle Kanta mysl dodává „kategorie“ a vnější svět jejich „obsahy“. Proto je poznání vždy produktem interakce mezi myslí a světem a nelze je redukovat ani na jeden z těchto pólů. Piaget tuto Kantovu spekulativní tezi postavil na empirický a experimentální základ. Dále ukázal, že kategorie poznání nejsou dané a neměnné, ale že se mění v závislosti na věku (genetická epistemologie). Jak se schopnost provádět mentální operace vyvíjí, musí znovu dítě rekonstruovat své vlastní poznání získané na předchozím vývojovém stupni.

Konstruktivismus porovnává s dalšími paradigmaty tabulka 1.

Tab. 1. Paradigmata učení

	behaviorismus	Kognitivismus, informační technol- ogie	Kognitivní konstruktivismus	Sociální konstruk- tivismus
Pojetí poznání	Univerzální, objektivní, nezávislé na poznávajícím	Univerzální, objektivní, ale ovlivněné předcho- zí znalostí poznáva- jícího	Individuálně konstruované, „objektivní“, ale závislé na úrovni vývoje inteligence poznávajícího	Sociálně konstruo- vané, „subjektiv- ní“, distribuované mezi různé jedince, situované
Metafora žáka	Velké nádraží s mnoha výhyb- kami	Počítač	Naivní vědec	Učeň u mistra
Definice učení	Změna postojů chování	Osvojení nových způsobů zpracování informace	Osobní nalézání smyslu	Vnikání do kultury určitých společen- ství
Průběh učení	Vytváření spojení mezi podněty a reakcemi, rozlišování mezi podněty, zobec- ňování reakcí	Přenášení informa- ce z krátkodobé do dlouhodobé paměti;kódování ve formě různých reprezentací	Řešení problémů, asimilace, akomodace poznatkových struktur, reflexe zkušeností	Dialog s experty a vrstevní- ky,konfrontace názorů,stanovisek
Učitel je	Zdroj informací	manažer	facilitátor	spolupracovník
Metoda a strategie vyučování	Rozčeň učivo, vylož, předved', zpevní žádoucí návyky procvi- čením, poskytni ihned zpětnou vazbu	Vytvoř informačně bohaté prostředí; předved', jak expert s informacemi pracuje (uč mne- motechnice, mapování...) stimuluj metako- gnici	Vyvolej pocit rozporu mezi stávajícím pojetím žáka a novou zkušeností a pomoz mu obnovit novou, lepší rovnováhu	Podílejte se spolu s žáky na konstruo- vání reality prostřednictvím diskuse o dosavad- ních pojetích, kooperace, výzkumu vycháze- jících z autentických problémů
Činnost žáka	Co nej přesněji opakuje poznání předávané autoritou; naslouchá a sleduje, napodo- buje, reproduku- je realitu	Provádí mentální operace s informacemi, rozvíjí reprezentace a automatizuje scénáře, učí se sebeřízení	Získává zkuš- nosti s realitou prostřednictvím činnosti; asimiluje informaci, vytváří nová a modifikuje dosavadní schémata reflexí zkušeností	Vytváří realitu sociální i fyzickou činností;se spolu- žáky a učiteli tvoří autentické produk- ty a získává situované porozu- mění

4.4 Některé proudy uvnitř konstruktivismu

Realizace konstruktivistických didaktik ve vyučování má podle Kalhouse, Obsta a kol. (2002) řadu podob:

- Konstruktivismus jako *re-produkce dosavadních pojetí*, naivních teorií. Uvedená kognitivní rekonstrukce má vždy podobu operací. Konstruktivismus je tedy možné a nutné pojímat jako stimulování náročnějších myšlenkových operací. Konstruktivistické vyučování v tomto pojetí bude u dětí zdůrazňovat rozvoj operačního myšlení.
- Konstruktivismus je možno rovněž pojímat jako *autokonstrukci*: V učení jde nakonec vždy o budování vlastní identity v sociálním kontextu. (Štech, 1992). Žákovi jde vždy o porozumění sobě samému, svému místu ve světě a společnosti. Z učiva je pro něj relevantní to, co mu pomáhá více se stát tím, kým být chce. Budování identity napomáhá konfrontace s názory druhých, dialog, kooperace (Kasíková, 1997).
- Zkušenosti s tím, že znalosti jsou *sociálními konstrukty*, s mnohostí možných reprezentací jedné informace. Požaduje se, aby žák učinil zkušenost s tím, že poznání je výsledkem činnosti konkrétních lidí, kteří pro něj zvolili jedno z možných vyjádření, že se pojetí různých lidí liší. Žák má rozumět různým reprezentacím skutečnosti a dokázat mezi nimi přecházet (srov. Hejny a Kuřina, 2001).

Takové alternativní reprezentace nacházíme v matematice, kde např. jde o porozumění různým způsobům vyjádření vztahu (vzorcem, grafem apod.) a jejich ekvivalenci i o schopnost přecházet mezi nimi. Podobně vlastní emoční stav je možno vyjádřit slovně, obrázkem, pantomimou... To také dává prostor pro uplatnění různých „inteligencí“ (Gardner), „stylů učení“ apod.

- V *radikálních pojetích* je chápán konstruktivismus jako *sociální aktivismus*: v duchu pedagogiky nové levice má škola sloužit re-konstrukci společnosti. V dnešní době se nejčastěji setkáváme s tímto pojetím v podobě různých ekologických nebo globálních koncepcí výchovy. Zde jsme však již velmi vzdáleni od založení pojmu v empirické psychologii tak, jak to učinil J. Piaget.
- Jako konstruktivismus se označuje též *filozofická (epistemologická) pozice*, v níž je pochopení individuální a sociální podmíněnosti poznatkových systémů vyhoceno ve skepsi k možnosti poznání světa vůbec.

Konstruktivismus nemůže být absolutním relativismem, nelze prohlásit každý subjektivně zkonstruovaný obraz světa za stejně platný. Učitel má vždy manažerskou odpovědnost a musí hledat odpovědnou rovnováhu mezi úctou k názoru žáka na straně jedné a názorem celého lidského společenství, vyjádřeným poznáním vědy. (Scheurman, 1998).

Při úvahách o konstruktivismu je třeba mít na paměti dle Kalhouse, Obsta a kol. (2002) několik věcí:

- Nejedná se o statickou teorii, ale vyvíjí se. Není teorií vzdělávání, ale umožňuje formulovat významné závěry pro vzdělávání.
- Existuje přirozený kognitivní vývoj jedince, který obsahuje jisté univerzální milníky, ale tento vývoj není automatický. (Možná značná část dospělé populace plně neužívá formální logické operace.)
- I když napomáhat kognitivnímu, afektivnímu a sociálnímu vývoji je dobrý cíl, nemůže to být jediný cíl vzdělávání. Nejde jen o vývojové cíle jedince, ale o kulturní požadavky společnosti na jeho dovednosti a znalosti. Ovšem předávání důležitých tradičních kulturních poznatků by se nemělo dít způsobem, který by nejen nepodporoval rozvoj dítěte, ale dokonce mu překážel, což se bohužel občas ve škole děje.

Henderson (1996) ve své monografii věnované konstruktivistickému vyučování shrnuje základní kritérium konstruktivistického přístupu do širokého termínu „učení s porozuměním, resp. smysluplnost učení“: Konstruktivistické vyučování je každá záměrná, reflektovaná vzdělávací činnost, která je zaměřena na podporu žákovy aktivního porozumění. Zde se konstruktivismus, vyrůstající z kořenů kognitivních, setkává s humanistickým pojmem smysluplného, sebeaktualizujícího učení C. R. Rogerse. Otázkou však je, zda takto široké pojetí neztrácí konkrétní obsah.

V podmínkách hromadného vyučování je obtížné vytvořit prostor pro individuální konstrukci poznání respektující předchozí znalosti, zájmy, učební styly nebo tempo žáka. Snad otvírá cestu k překonání nevýhod tohoto organizačního faktoru nástup informačních technologií. Ani dnes není možné dát každému žákovi lidského učitele, ale v rostoucí míře je možné dát mu osobní počítač řídicí žákovo učení podle jeho potřeb a tak se vrátit k individuální výuce. (Knirk a Gustafson, 1986).

4.5 Přehled směrů konstruktivismu

Nebude na školu, uděláme-li si přehled směrů konstruktivismu, i když se budeme opakovat. (Opakování matka moudrosti, skleróza, matka turistiky?)

Konstruktivismus (podle pedagogického slovníku, Průcha a kol., 2003) je široký proud teorií ve vědách o chování a sociálních vědách, zdůrazňující jak aktivní úlohu subjektu a význam jeho vnitřních předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, tak důležitost jeho interakce s prostředím a společností. V tom smyslu je interakční teorií překonávající jednostrannost empirismu a nativismu.

Radikální konstruktivismus (Glaserfeld, 1995) zavrhuje vše, co je vně světa zkušenosti jedince, je tak do jisté míry na opačném pólu spektra než behaviorismus, který nebere v úvahu existenci mentálních konstruktů nepřístupných přímému pozorování a poznání považuje za objektivní a nezávislé na poznávajícím. Zastánci radikálního konstruktivismu považují pravdu za důsledek společenského konsensu a nepřipouštějí možnost objektivní pravdy.

Kognitivní konstruktivismus, jehož základy lze vysledovat i v pracích klasiků poznávání (Piaget, 1985, Dewey, 1932) se děje konstruováním tak, že si poznávající jedinec spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur a provádí s nimi mentální operace, které odpovídají úrovni jeho kognitivního rozvoje (Průcha aj., 2001).

Sociální konstruktivismus (Vygotskij, 1970, 1976) zdůrazňuje nezastupitelnou roli sociální interakce a kultury v konstrukci poznatků (Kalhous, Obst, aj. Obecná didaktika, s. 55) zdůrazňují, že „učení... je proces zároveň osobní i sociální, který nastává tehdy, když jedinci spolupracují na budování (konstrukci) sdílených, společných porozumění a významů“.

Didaktický konstruktivismus - autoři M. Hejný a F. Kuřina (1998, 2001) ve své knize *Dítě, škola, matematika* přetvářejí obecný konstruktivistický přístup k vyučování. Formulují deset zásad, které berou v úvahu specifika vyučování matematiky viz níže).

Realistický konstruktivismus – F. Kuřina zavádí tento pojem, který podle něho lépe odpovídá reálným možnostem aplikace ve výuce. Kromě výše uvedených zásad zdůrazňuje také možnost přenos (transmise) určitých partií, ovšem stále v intencích základního principu konstruktivismu, tj. vytváření matematiky v mysli poznávajícího jedince. Zdůrazňuje nutnost řešení problémů a problémových situací pro poznávání jedince. Mluví explicitně i o čerpání podnětů z okolního světa a zprostředkovaně z učebnice a další literatury, případně prostřednictvím výpočetní techniky a internetu. Vždyť ne všechno se dá vymyslet a k učení potřebujeme doplňující informace.

Úkoly



a) pro samostatnou práci

Vysvětlete pojem prekoncept a jeho důležitost pro další vzdělávání žáka

Analyzujte princip poznávacího procesu na základě teorie prekonceptů

Vysvětlete roli učitele v konstruktivistickém vyučování

Jakým způsobem zpracovávají žáci nové informace?

Jaký je vztah mezi povahou mentálních gest a způsobem řešení problému?

b) pro práci ve skupinách

1. Pokuste se vyjádřit obsah pojmu konstruktivismus.

Aktivita: Nejprve se individuálně zamyslete nad pojmem konstruktivismus a pokuste se jej písemně definovat. Pak shromážděte všechny písemné definice a rozdělte je např. na pět (dle počtu účastníků studijní skupiny) kupiček označených čísly. Vytvořte stejný počet skupin kolik je kupiček a pro každou skupinu vylosujte číslo kupičky. V jednotlivých skupinách diskutujte o přidělených definicích a vytvořte výslednou. Na závěr skupiny prezentují svá řešení a metodou hledání shod a rozdílů navrhnou společnou definici.

Poznámka: Pracujte ve skupinách o min. 3 členech.

2. Dokážete identifikovat vlastní pedagogický profil?

Aktivita: Rozdělte se do dvou skupin (auditivní resp. vizuální typ) na základě vlastního názoru. Dokažte na příkladech, že patříte do dané skupiny (diskutujte o oprávněnosti svého zařazení). V průběhu diskuse můžete mezi skupinami přecházet.

3. Jak vypadají tato mentální gesta v matematice? Jak je určit?

Jaký je vztah mezi povahou mentálních gest a způsobem řešení problému?

Které procesy si děti spojují s aritmetickými operacemi a jaký vliv mají tyto procesy na řešení, jež děti navrhnou?

Jak přivést děti k tomu, aby dělaly ta mentální gesta, která jim vyhovují?

Aktivita: Nejprve se individuálně zamyslete nad těmito otázkami. Poté ve skupině diskutujte nad přednesenými odpověďmi.

5. Transmisivní a konstruktivní vyučování, učitel a žák



Po prostudování této kapitoly dokážete:

- vysvětlit rozdíly mezi konstruktivistickým a transmisivním vyučováním z pohledu žáka, resp. učitele
- definovat změny role učitele při přechodu od transmisivního ke konstruktivistickému vyučování

V pedagogické praxi se postupně setkáváme se dvěma odlišnými přístupy (Spilková a kol. 2005): Tradiční, slovně názorné, *transmisivní* pojetí je založeno především na principu sdělování a předávání poznatků od toho, kdo ví a umí (učitel), tomu, kdo neví a neumí (dítě jako tabula rasa). Naproti tomu humanistický přístup zdůrazňuje zesílení antropologické orientace, zvyšuje zřetel k dítěti, jeho potřebám, zájmům a možnostem rozvoje. Mluvíme o škole nebo přístupu *orientovaném na dítě, žáka* (child-centered). Následující tabulka shrnuje základní pojetí obou přístupů. Nehledejme tento přístup mezi polaritou autoritativnosti a úplné svobody, ale jako novou cestu ve vztahu k dítěti.

Tabulka 2

Tradiční (transmisivní) přístup	Přístup orientovaný na žáka
Škola předává dětem především vzdělání jako výsledný produkt, který je nutno si osvojit v hotové podobě.	Škola připravuje děti pro život a vzdělávání je považováno za proces, který nikdy nekončí.
Obsah vzdělání je určován zvnějšku, je předkládán v oddělených předmětech a důraz je kladen především na osvojení si vědomostí.	Na rozhodování o obsahu vzdělání se podílejí všichni zainteresovaní (odborníci, pedagogové, rodiče, děti) je integrován do smysluplných celků a důraz je kladen na osvojení klíčových kompetencí.
Nové poznatky jsou cílem, kterého je třeba dosáhnout a které předkládá učitel prostřednictvím učebnic.	Nové poznatky jsou nástrojem k porozumění sobě i okolnímu světu, děti si je budují samy, učitelé jsou partnery podporující učení a nabízející práci s mnoha zdroji.

Učitelé nesou odpovědnost za dění ve třídě, určují pravidla a kontrolují, jsou v ní hlavní autoritou a představují roli „předavatelů“ informací.	Pravidla pro práci a chování ve třídě tvoří učitel společně s dětmi, každý nese odpovědnost za své chování a učitelé jsou „přívodci“ na cestě za vzděláním, kteří dítě respektují.
Dítě je považováno za pasivního příjemce, za „čistý list papíru“, na který je třeba vepsat informace.	Dítě je chápáno jako aktivní tvůrce a samostatně myslící bytost, která si konstruuje vlastní poznávání na základě svých zkušeností svým vlastním způsobem.
Učitel vyučuje celou třídu stejným způsobem, většinou frontálně, děti plní příkazy učitele, pracují převážně individuálně.	Učitel nabízí dětem možnost práce různým způsobem, respektuje jejich individuální rozdíly, děti mohou pracovat individuálně, ve dvojicích, ve skupinách. Mají možnost si pomáhat a spolupracovat.
Komunikace s rodiči je vyhrazena pro případy, kdy je třeba informovat o výsledcích dítěte nebo pokud se objeví nějaký problém, škola žije svým vlastním životem.	Rodiče jsou považováni za partnery učitele, jsou ve škole vždy vítáni a očekává se jejich účast na školním vzdělávání svého dítěte.
Hodnocení je zcela v kompetenci učitele a je založeno na porovnávání úspěšnosti dítěte s ostatními dětmi prostřednictvím známek.	Hodnocení zachycuje individuální pokrok každého dítěte, podílejí se na něm i děti, které společně s učitelem formulují požadavky (kritéria) hodnocení.

Podobně přehledně staví proti sobě transmisivní a konstruktivní vyučování i Hejný a kol., 2004):

Tabulka 3

	polaritní dipól	konstruktivistické vyučování	transmisivní vyučování
1	hodnota poznání	kvalita	kvantita
2	motivace	vnitřní	vnější
3	trvanlivost poznání	dlouhodobá	krátkodobá
4	vztah učitel-žák	partnerský	submisivní
5	klima	důvěry	strachu
6	nositel aktivity	žák	učitel
7	činnost žáka	tvořivá	imitativní
8	poznatek žáka	produktivní	reproduktivní
9	nosná otázka	CO? a PROČ?	JAK?

Podle Chudého a kol. (2006 je) dosud nejrozšířenější formou organizace v tradiční třídě je frontální vyučování. Učitel v něm po většinu času verbálně sděluje všem žákům informace, vydává pokyny a návody k práci. V této třídě dominuje komunikace ve směru učitel-třída, učitel-žák, žák-učitel. Při počtu 25 žáků ve třídě a při obvyklé předpokládané časové dotaci na procvičování a zkoušení učiva prostřednictvím této komunikace ve výši 30-50% délky vyučovací jednotky připadá na každého žáka během vyučování přibližně 30-50 vteřin (Havlíková M. a kol. 1998). Rozvíjení dovedností komunikace, spolupráce, řešení problémů nebo kritického myšlení se v této formě vyučování odsouvá stranou.

Naopak komunikace ve výuce orientované na žáka uplatňuje proaktivní výchovný přístup. Učitel při komunikaci se žáky využívá dovednost empatie (Prekop, J, 2004). Tu definujeme jako schopnost vcítit se do pocitů a jednání druhého člověka. Empatie je vrozená, empatické reakci se však potřebujeme učit. Lidé, kteří vědí, co je empatie, ještě nemusejí zaručeně empaticky jednat. Problém totiž není v tom, že bychom nebyli schopni vcítit se do druhého, ale v naučených způsobech, jakými v dané chvíli reagujeme.

Z čeho se skládá základní empatická reakce:

1. aktivní naslouchání (soustředěné naslouchání provázené projevy účasti),
2. pojmenování pocitů, záměrů, očekávání druhé osoby,
3. vyjádření podpory.

Je třeba zdůraznit, že empatie neznamená nesouhlas či schvalování případného agresivního chování, ale vyjádření porozumění. Nelze ji považovat za řešení konfliktní situace, ale za komunikační dovednost, která přispívá ke zklidnění emocí a umožňuje druhému, aby sám přišel na to, co má dělat, otevírá tuto situaci k řešení (Kopřiva, P. a kol. 2005) namísto neefektivních způsobů komunikace (zlehčování, srovnávání, vyptávání, rady, poučování, souhlas, obviňování, litování, svalování viny apod.) Učitel ve škole tedy nejen vzdělává, ale také vychovává. Současná proměna tradiční školy postupně nachází vyváženost mezi kognitivní (poznávací) stránkou a psychomotorickou a především psychomotorickou (Pasch, M. 1998). Encyklopedické znalosti nejsou v tomto pojetí prvořadé, zdůrazňuje se také rozvoj citů, postojů, preferencí a hodnot. To, že současná škola postupně opouští od memorování faktografických znalostí, je příčinou epistemologického vývoje, tedy toho, jak společnost nazírá na samotné poznávání. Výše uvedené principy humanitního přístupu jsou založeny na konstruktivistickém chápání skutečnosti. Na tom, jak uchopujeme lidské poznání (poznávání) v rovině mezi subjektem (učícím se jedincem) a vnějším

světem (objektem). Empiristé poznání zasazují spíše do vnějšího světa a člověku tudíž může být toto poznání zprostředkováno pouze jako objektivní realita na něm nezávislá. Racionalisté již poznání umísťují do samotného subjektu, ale to si člověk může osvojit jako určité načasované pravdy. Naproti tomu konstruktivisté shledávají, že poznání je odvozeno na základě vlastní interpretace tak, že každý si sám v sobě vytváří určité schéma pro pochopení vnějšího světa. Člověk si tedy konstruuje na základě vlastní zkušenosti (Kolláriková a Pupala., 2001).

Učení je hluboce individuální záležitostí, tedy nelze vždy vyučovat všechny žáky stejným způsobem. Nehledě na rozmanitost individuálních stylů učení, existenci mnohačetné inteligence a již předešlých znalostí (přesvědčení) je spíše vhodnější nabídnout studentům možnost volby přijatého způsobu zpracování informací (Grecmanová a kol., 2000).

Na druhou stranu je učení také sdílením již poznaného s druhými lidmi. Proces poznávání je procesem sociálním. Na základě interakce s prostředím člověk nabývá nových vědomostí, dovedností a postojů ke světu. Konstruktivismus tyto personální a sociální aspekty učení nestaví do opozice, naopak zdůrazňuje oba dva tyto principy.

Konstruktivistický přístup zdůrazňuje následující:

1. vyzdvihuje se role studenta a tedy procesu učení oproti hlavní úloze učitele a jeho vyučování,
2. učení je proces kognitivního konstruování,
3. učení probíhá nejefektivněji prostřednictvím aktivní manipulace,
4. nové učení začíná aktivizací předchozího porozumění,
5. navození významných problémových situací podporuje smysluplnost učení a motivaci studentů,
6. sociální a kulturní kontext hraje důležitou roli pro vytváření porozumění studentů.

Učitel v tomto pojetí (Tonucci, 1991.) zajišťuje, aby každý žák mohl dosáhnout co nejvyšší úrovně za účasti a přispění všech (učitel jako garant metody). Setkáváme se tak s rozdílným chápáním role učitele a žáka v tradiční a konstruktivistické třídě.

Piagetovo chápání této role (Hill, 2004):

1. zaměřovat se na proces učení spíše než na jeho konečný produkt,
2. zjišťovat úroveň vývoje žáka, aby mohly být stanoveny společné úkoly,

3. stanovit úkoly, jež jsou dostatečnou výzvou k vytváření nových schémat prostřednictvím konkrétních příkladů,
4. povzbuzovat aktivní interakce nejen s objekty vázaných k danému úkolu, ale i s ostatními dětmi; při práci v malých skupinkách se děti mohou učit od sebe navzájem.

K dalším charakteristikám konstruktivistického učitele (Brooks kol, 1994) patří také:

1. stát se jedním z mnoha zdrojů poznání, nikoli základním a jediným předavatelem informací.
2. povzbuzovat studenty ke zkušenostnímu učení, které by se stalo výzvou pro vybudovaná schémata existujících znalostí.
3. nechat studentům možnost řídit učení tak, aby podporoval proces elaborace, dát studentům čas na přemýšlení.
4. povzbuzovat k myšlenkové činnosti pokládáním otevřených otázek, podporovat vzájemnou diskusi mezi studenty.
5. povzbuzovat a akceptovat žákovu samostatnost a iniciativu, být připraven opustit roli kontrolora.

Příprava budoucích učitelů postupně směřuje k novému pojetí role učitele nikoli jako jediného majitele poznání, ale spíše jako:

1. facilitátora – který podporuje učební procesy (uspořádává učební materiál, pomáhá stanovovat cíle) a vyhledává skrytý potenciál žáka,
2. koordinátora – který uspořádává společné aktivity žáků, dává prostor sdílení poznatků, spolupráci, sociální dimenzi učení,
3. učitele participujícího na procesech učení – který se zapojuje do učebních aktivit a stává se modelem učícího se jedince (Novotný, 2002).

Učitelova příkladnost nebude v tom, že všechno ví, a všechno umí udělat, ani v tom, že vše řídí, rozhoduje a schvaluje, nýbrž v tom, jak před žáky modeluje postoj a jednání člověka, který neví, neumí, ale učí se, snaží se a teprve poznává...“ umí podstoupit stranou, řídit žáky zezadu, více individuálně pomáhat, než kontrolovat výsledky (Hausenblas, 2001/2002).

Víme, že činnost učitele (vyučování) významně ovlivňuje činnost žáka (učení), jako cíl vzdělávání. Může se tedy zdát, že dochází k jakémusi dilematu ve vzdělávání. Zdůrazňujeme roli žáka, jeho učení, jeho individuálního budování poznatkové struktury oproti tradiční roli učitele. Když se tato role postupně mění a postupně přesouvá na žáka, který se dostává do centra činnosti ve

škole, je role učitele nezastupitelná? Ptá se mnoho odpůrců proměny tradiční školy. Otázka ale neleží, zda je role učitele ve výuce vůbec přijatelná, vzhledem k tomu, že činnost učitele (vyučování) velmi ovlivňuje proces učení žáka, ale spíše v tom, kde najít potřebnou míru vedení, řízení žáka vzhledem k jeho individuálním potřebám.

Důraz na svobodu, svébytnost a individuální rozvoj nevylučuje nutnost klást nároky, vytyčovat požadavky na dítě, artikulovat jasná pravidla. Opět jde o hledání vyvážené rovnováhy mezi svobodou dítěte a direktivností, mezi spontaneitou a kontrolou, mezi dobrovolností a přinucováním a určitým tlakem, mezi samostatností a nutnou mírou pomoci.

Řízené vyučování a samostatné (autoregulované učení) zde nestavíme do protikladu (buď jedno nebo druhé). Problém spíše leží v nalezení potřebné míry a rovnováhy k těmto přístupům, jak poznamenává např. Spilková (2005)

Smyslem vyučovacího procesu je kromě získávání určitých znalostí také vytvoření trvalého vztahu k učení, který motivuje žáka k celoživotnímu poznávání. Tato skutečnost nastane, pokud se žák stane zaangażovaným na svém vlastním procesu učení, nespokojí se s rolí pasivního příjemce, ale převezme odpovědnost za vydané pracovní úsilí. Je proto velmi důležité, aby učící se dostali příležitost k tomu, aby si mohli řídit proces učení sami, aby si sami plánovali, jak naloží s řešením komplexní úlohy. Výrazně to pak posiluje jejich ochotu učit se a zvyšuje to jejich podíl odpovědnosti za vlastní učení. Schopnosti orientovat se ve složitějších úkolech, plánovat, stanovovat si postupné cíle, vyhodnocovat dosažené výsledky a volit další cesty, rozhodovat se na základě dostupných informací, spolupracovat a dělit si úkoly, jsou jistě nepostradatelné pro budoucí přípravu žáků pro život. Mezinárodní společenství důležitost učení a zaangażování člověka na svém vlastním rozvoji promítají do požadavku koncepce celoživotního učení, ve kterém učení dostává nadindividuální rozměr.

Vnímání učitelova postavení se v tomto procesu učení přesouvá z jeho regulace vzdělavatelem na samotného studenta. Učitel, který podporuje autonomii studenta a jeho vlastní odpovědnost za učení, svým postojem spoluutváří proces rozvoje vlastního sebezdokonalování studentů.

Autoregulaci učení tj. řízení vlastního učení lze považovat za významnou neprofesní kompetenci nebo také za určitý druh „metavědomosti“, přičemž odborné vědomosti jimi nelze nahradit, naopak tvoří základ pro jejich použití, různým způsobem se prolínají a je potřebné je chápat vždy jen jako součást celého procesu vzdělávání a zároveň vlastního osobního rozvoje. Ovládnout definitivně tyto znalosti a kompetence není možné, neboť proces učení nelze

ukončit „jednou provždy“ (Belz a Siegrist, 2001). Situace rychle se měnících podmínek trhu práce proto vyžaduje systematičtější vzdělávání nejen v rovině kognitivní (poznávací), metakognitivní (poznávám, jak poznávám), ale i v oblasti osobnostní (emocionální) aj.

Při výkladu lidského učení (včetně učení, jež se realizuje v podmínkách školní edukace) se můžeme setkat nejen s behaviorálním modelem, ale v posledních letech výrazně dominuje *konstruktivistická koncepce učení* související s širším proudem – tzv. kognitivní psychologie.

Kognitivní psychologie je jednou z několika hlavních teoretických základů pro explanaci učení (jejich přehled je podán např. v knize Fisher, 1997) Kognitivní psychologie objasňuje lidské učení z modelů poznávacích procesů, jimiž člověk přijímá a zpracovává informace, resp. s nimiž vytváří různé poznatkové sítě a konstrukty. Biggs a Moore (1993) charakterizují učení těmito principy:

- učení je aktivní proces, jímž lidé konstruují své vědění (knowledge),
- učení je svou podstatou řešení problémů,
- učení je proces selekce nové informace a vytváření nových poznatkových sítí na základě již dříve zpracovaných informací,
- učící se subjekty mají v důsledku vlastní aktivity rozhodující podíl na svém učení, a tudíž pro učení musí být vytvářeny podmínky usnadňující sebeřízení učení,
- učení je výrazně sociálně a jazykově zprostředkovaná činnost, aj.

Ačkoliv

- vyzdvihuje se role studenta a tedy procesu učení oproti hlavní úloze učitele a jeho vyučování,
- učení je proces kognitivního konstruování,
- učení probíhá nejefektivněji prostřednictvím aktivní manipulace,
- nové učení začíná aktivací předchozího porozumění,
- učení se navozuje nejlépe v bohatém a komplexním prostředí,
- navození významných problémových situací podporuje smysluplnost učení a motivace studentů,
- sociální a kulturní kontext hraje důležitou roli pro vytváření porozumění studentů

Učení je hluboce individuální záležitost, tedy nelze vždy všechny žáky vyučovat stejným způsobem. Existuje rozmanitost individuálních stylů učení, mnohačetné inteligence. Žáci přicházejí do vyučování s různými představami, které si na základě vlastních zkušeností vytvořili. Poznání je odvozeno na základě vlastní interpretace tak, že si každý sám v sobě vytváří určité schéma pro pochopení vnějšího světa.

Úkoly



a) pro samostatnou práci

1. Vysvětlete roli učitele (žáka) v konstruktivistickém vyučování v porovnání se transmisivním .
2. Vytvořte návrh výuky části učiva matematiky v transmisivním resp. konstruktivním pojetí.
3. Vysvětlete pojmy přístup orientovaný na žáka a tabula rasa.
4. Je empatie nezbytnou schopností učitele? Proč?
5. Vytvořte seznam „nových“ požadavků, kladených na učitele (žáka) v rámci konstruktivistického vyučování.“

b) pro práci ve skupinách

1. Navrhněte aktivity pro přípravu budoucích učitelů, které by přispěly ke zkvalitnění jejich konstruktivistického pojetí výuky. Diskutujte.

6. Konstruktivismus ve vyučování matematice



Po prostudování této kapitoly dokážete:

- Aplikovat desatero didaktické konstruktivismu na své hodiny matematiky
- Vyhledávat, tvořit a zařazovat nové konstruktivistické prvky do své výuky
- Analyzovat některé problémové situace v hodinách matematiky

Klasik pragmatické pedagogiky J. Deset (1991) (podle Hejného a Kuřiny, 1998) zdůrazňuje např. „proti ukládání (vědomostí) shora kultivaci individuality, proti vnější kázní se staví svobodná činnost, proti učení z textů a od učitelů učení zkušeností, proti osvojování izolovaných dovedností a technik drilem stojí jejich osvojování jako prostředků k dosahování cílů, které vyjadřují bezprostřední životní potřeby, proti statickým cílům a vzdělávacím obsahům se staví snaha seznamovat žáky s měnícím se světem“.

Autory *didaktického konstruktivismu* jsou Hejný a Kuřina (2001). Jejich krédo vyjadřuje deset zásad, které berou v úvahu specifika vyučování matematice, tzv.

6.1 Desatero didaktického konstruktivismu

1. *Aktivita* – matematiku chápeme jako specificky lidskou aktivitu, tedy nikoli jen jako její výsledek, který se obvykle formuluje do souboru definic, vět a důkazů.
2. *Řešení úloh* – podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecnování tvrzení a jejich dokazování. Popsaný proces může probíhat v matematice samé nebo v libovolné jiné oblasti lidského poznání. Tvorba matematických modelů reality je pak jeho součástí.

3. *Konstrukce poznatků* – poznatky, a to nejen poznatky matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.
4. *Zkušenosti* – vytváření poznatků (např. v oblasti pojmů, postupů, představ, domněnek, tvrzení, zdůvodnění,...) se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si přináší žák zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by však mít dostatek příležitostí nabývat zkušeností i ve škole (experimentování, řešení úloh, ...)
5. *Podnětné prostředí* – základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Nutným předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů (otázky, úlohy, problémy...) na straně jedné a sociální klima třídy příznivé tvořivosti na straně druhé.
6. *Interakce* – ačkoli je konstrukce poznatků proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuse, srovnávání výsledků, konstrukce příkladů a protipříkladů, pokusy o formulace domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů...).
7. *Reprezentace a strukturování* – pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrůznějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různé orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.
8. *Komunikace* – pro konstruktivistické vyučování v matematice má značný význam komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je neverbální vyjadřování, jiným matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět jazyku druhých je třeba systematicky pěstovat.
9. *Vzdělávací proces* – vzdělávací proces v matematice je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek. První je **porozumění matematice**, druhé je **zvládnutí matematického řemesla**, třetí jsou **aplikace matematiky**. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů a postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvíjení matematického řemesla vyžaduje trénink a případně i paměťové zvládnutí určitých pravidel, algoritmů a definic. Aplikace matematiky nemusí být jen vyvrcholením vzdělávacího procesu, mohou hrát roli i motivační. Matematiku se učíme jejích provozováním.

10. *Formální poznání* - vyučování, které má charakter předávání informací (vyučování transmisivní), nebo vyučování, které dává pouze návody, jak postupovat (vyučování instruktivní), vede především k ukládání informací do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci (např. u zkoušky), obvykle však dochází k jejich rychlému zapominání a zřídka k jejich netriviálnímu využití. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním.

6.2 Pět tezí popisujících podnětnou (konstruktivistickou) výuku

Stehlíková, Cachová (2006) stanovily z pozice učitele a jeho činností ve výuce tyto teze:

1. Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání.
2. Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje.
3. Učitel jde především o žákovu aktivní činnost.
4. Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákovu chápání matematiky a impulz pro další práci.
5. Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi.

Každou tezi ilustrují na příbežích z praxe – z výuky matematiky na základní škole u nás nebo v zahraničí:

Teze 1. Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání

Podnětné vyučování vede žáka k budování správných představ, k porozumění a k aplikování matematiky. Velmi důležitou roli zde hraje právě motivace. Motivace je základní podstatou podnětného vyučování. Hlavní motivační sílu představuje zájem žáka, radost z práce a úspěchu.

Lokšová a Lokša (1999) rozlišují motivační činitele podněčující výkonnost žáka na:

- vnitřní činitele (poznávací potřeby a zájmy, potřebu výkonu, potřebu vyhnutí se neúspěchu a dosažení úspěchu, sociální potřeby – potřebu pozitivního vztahu a prestiže) a

- na vnější činitele (známky, odměnu a trest, vztah žáka k jiným lidem, k vlastní budoucnosti a ke společnosti).

Motivy dělí v souladu se sociálním přístupem na tři základní okruhy, a to:

- vnitřní motivy – vlastní touha víc vědět a poznat, radost z poznávání, *žák sám chce poznávat*;
- vnější nebo sociální motivy – při nich se žák učí pro někoho, na kom mu záleží nebo kdo mu to nařídil, prostě protože musí – v opačném případě ho čeká trest nebo nepříjemnosti;
- interiorizované sociální motivy – chce svou práci prospět společnosti.

Nebudeme se zde zabývat vnější motivací typu známka, pochvala učitele, soutěže atd. Naopak se zaměříme na vnitřní motivaci vyrůstající z vnitřních pohnutek, tzn. jak dosáhnout toho, aby žáci sami chtěli v matematice něco zjistit.

Případová studie



Ilustrace 1.1: Strašení matematikou (4. ročník)

Učitelka dětem rozdala pracovní listy s obrázkem, který si mohou vybarvit, pokud správně vyřeší

početní úlohy k jednotlivým políčkům obrázku a určí tak barvy, kterými mají obrázek vybarvovat.

U: (pět minut před zvoněním) „*Ve zbytku hodiny si můžete, ale úplně potichu, vymalovávat obrázek. Jak nebudete ticho, budeme ještě počítat!*“

Ačkoli učitelka rozdala dětem pracovní listy s hravým počítáním a zřejmě tak chtěla žáky motivovat, svým komentářem k práci udělala pravý opak. Počítání používá k zastrašení dětí – ukazuje jim, že lepší a zábavnější je pro ně vybarvování, ale počítání je trest. Takový přístup ze strany učitele nepřispívá k utváření kladného vztahu dětí k matematice a neposiluje jejich zájem o ni.

Úkol pro čtenáře:

Zamyslete se nad svou vlastní výukou. Daří se vám vždy podporovat kladný vztah dětí k poznávání? Nezastrašujete také občas své žáky matematikou? Školní vyučování matematice, místo rozvoje často potlačuje tvořivé myšlení žáka, jeho aktivitu a zájem o předmět. Dokládá to i následující příběh.

Ilustrace 1.2: Adámkovo zaujetí velkým číslem (5. ročník)

V 5. ročníku žáci procvičují písemné násobení víceciferným činitelem. Pracují samostatně do sešitů, přitom vždy jeden žák současně počítá pro kontrolu na tabuli. U jedné z početních úloh vyšel výsledek 1 419 444. Z lavice na něj spontánně reaguje Adam:

„Ty vogane, to už je milión, paní učitelko, kolik je to miliónů?“

Učitelka neodpovídá (nejspíš takové vykřikování považuje za rušivé). Adam, fascinovaný velkým číslem, otázku ještě dvakrát zopakoval (přidal i na intenzitě hlasu), ale odpovědi se nedočkal.

Učitelka po hodině vysvětlila své přehlížení Adamovy reakce na velké číslo tím, že jde o autistu, který vše příliš prožívá.

To, že Adama fascinovala velikost čísla, je v tomto věku přirozené – děti potřebují ‚velká‘ čísla nejprve ‚prožívat‘, představit si, jak jsou velká, a až poté s nimi mohou pracovat jako s abstraktními objekty. Učitelka však přešla Adamův zájem o čísla mlčením – to přišť Adama spíše odradí od dalšího přemýšlení o číslech a zajištění se o ně. Učitelka promarnila velký motivační impuls.

Podobně asi nebude podporovat studenty v konstrukcích jejich vlastní matematiky učitel střední průmyslové školy, který snahu jednoho ze svých studentů ohodnotil slovy: *„...místo, aby se učil, vymýšlí vlastní postupy, které nestojí za nic...“*

Další ukázka se týká vlivu úrovně obtížnosti úlohy na motivaci dítěte – úloha, která je pro žáka příliš obtížná, jej může odradit – na druhou stranu ale příliš jednoduché úlohy rovněž demotivují. Dokladem jsou často děti, které při vstupu do školy dokáží počítat i do sta, ale nedostávají žádnou příležitost, aby své dovednosti využily. Jejich zájem pak přirozeně opadá.

Teze 2. Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje

Tato teze se týká činnosti, která je každému učiteli matematiky vlastní. Ukážeme však, že nejde jen o to vybrat vhodné úlohy, ale zejména o to, vhodně s nimi pracovat.

Případová studie



Ilustrace 2.1: Procvičování sčítání desetinných čísel (5. třída, pozorování studentky učitelství)

V učebnici je nejprve předložena série klasických úloh typu:

$$0,9 + 3,1 =$$

$$12,5 + 6,7 = \text{atp.}$$

Na závěr procvičování zařadili autoři učebnice slovní úlohu – problém z reálného života:

„Anička si šla nakoupit školní potřeby. Koupila si sešit za 14,60 Kč, tužku za 8,30 Kč, plnicí pero za 28,90 Kč a trojúhelník za 17,20 Kč. Kolik zaplatila za svůj nákup?“

Blíží se konec hodiny, děti si přečtou zadání úlohy a paní učitelka říká: „*To prostě jenom sečtete, jako v těch předchozích úlohách, a je to.*“

Paní učitelka zasáhla do práce dětí nevhodným způsobem. Jednoduše je seznámila s principem řešení. Děti nemusí hledat žádnou strategii, prostě mechanicky sečtou čísla v úloze (podobně jako v předchozích procvičovacích úlohách). Blížící se konec hodiny nutí učitelku, aby zrychlila tempo práce, protože chce dodělat začaté téma. Pak je však nutné se zamyslet, zda bylo nezbytné dávat dětem úlohu z reálného života. Stačilo by jim dát o jeden procvičovací úkol navíc. Problém z reálného života zařazujeme zejména proto, aby si děti uvědomily, že matematika je nástrojem pro jeho řešení, a aby se naučily analyzovat text a rozhodovat o vhodné strategii.

Ilustrace 2.2: Tabulka a graf (6. ročník)

Na začátku 6. ročníku opakovaly dvě učitelky se svými žáky přímou úměrnost. Obě třídy řešily stejnou úlohu:

„Kája si kupoval čokolády s nálepkami, které sbíral. Jedna čokoláda stála 7 Kč.

- Kolik korun stálo Káju 3, 5, 6, 11, 12 čokolád?

- Kolik čokolád si mohl koupit za 14, 28, 56 a 98 Kč?

- Počet koupených čokolád a částku za ně zaplacenou zanes do grafu.“

Obě učitelky měly stejný cíl – zopakovat přímou úměrnost pomocí slovní úlohy, v níž měly děti nejprve sestavit tabulku hodnot a poté sestojit graf.

V první ze tříd žáci nejdříve přesně sestojili tabulku hodnot (učitelka dbala na to, aby ji narýsovali a ne jen načrtli), pak si narýsovali soustavu souřadnic, určili měřítko, popsali hodnoty na osách. Graf však již vynést nestačili, protože zvonilo. Žáci měli úlohu dokončit za domácí úkol.

Ve druhé třídě učitelka donesla dětem pracovní listy s připravenou soustavou souřadnic. Děti si načrtly tabulku, do níž zapsaly hodnoty, a do připravené soustavy pak příslušné údaje vyznačily.

Nakonec vynesly graf.

Úkol pro čtenáře:

Kterému z obou použitých pracovních postupů byste dali přednost? Proč?

Pečlivé rýsování tabulek, grafů, obrázků neplní vždy svůj účel – prvořadě není narýsovat tabulku, ale připravit si hodnoty, které budou ilustrovat průběh funkce. Stejně tak není důležité, aby musel vždy žák celý graf samostatně sestojit. Graf je jen jiným jazykem, který popisuje podstatu věci – pomáhá zvýšit názornost. Proto je v určitých případech možné, aby učitel žákům práci usnadnil a žáci hodnoty pouze zaznamenávali do připravené šablony. Tím jim naopak umožní nerozptylovat pozornost a soustředit se na skutečnou podstatu věci.

Teze 3. Učiteli jde především o žákovu aktivní činnost

Případová studie



Učit se matematice vyžaduje konstrukci, ne pasivní přijetí, a znát matematiku vyžaduje konstrukční práci s matematickými objekty v matematické komunitě (Davis, Maher, Noddings, 1990, s. 2).

S touto tezí by jistě jen málokterý učitel nesouhlasil. V praxi však nebývá důsledně uplatňována, nebo bývá zaměňována za, řekněme, pseudočinnost, kdy žák pouze reaguje na dílčí otázky učitele, který má na mysli směřování k nějakému obecnějšímu cíli – ten však žák nezná.

Ilustrace 3.1: Kosinová věta

Na čtyřletém gymnáziu učí studentka učitelství. Studenti opakují sinovou větu a je zavedena kosinová věta. Nemají učebnice, vše si píší. Jsou velmi klidní a dělají vše, co jim učitelka řekne. Výuka jde ve velmi rychlém tempu, každou otázku si učitelka zodpoví po nepatrné pauze sama. Kosinová věta je napsána na tabuli ve standardním tvaru jako fakt. Učitelka vyzve studenty, aby napsali tuto větu pro jinou stranu než a . Než mají čas zareagovat, napíše na tabuli zbylé dvě formulace. Ptá se, čeho se kosinová věta týká. Sama si okamžitě odpoví, že dvou stran a úhlu naproti nim.

Přicházejí procvičovací úlohy standardního charakteru. Učitelka postupně prochází řešení krok za krokem, dokonce upravuje výrazy na tabuli tak, aby studentům stačilo jen dosadit konkrétní čísla.

Přichází zajímavější otázka. Učitelka se ptá, proč u jedné úlohy, kde byla použita sinová věta, vyšly dva výsledky a tam, kde používali kosinovou větu, taková situace nenastala. Než mají možnost se zamyslet, sama si odpovídá odkazem na vlastnosti sinu a kosinu.

Za domácí úkol dostávají žáci trochu nestandardní úlohu. Učitelka však kreslí na tabuli obrázek a upozorňuje na to, že tam vznikne trojúhelník. Studentům stačí jen rozhodnout, zda použijí kosinovou nebo sinovou větu.

Studentka ve snaze stihnout vše, co si na hodinu připravila, dělá vše za studenty. Ti nemuseli během hodiny ani minutu myslet. Stačilo dosazovat do vzorečku a odpovídat na dílčí otázky.

Nemuseli ani jednou stanovit strategii řešení. Podmínky pro práci byly přitom mimořádně vhodné. Studenti byli klidní a reagovali na učitelku pozitivně. Nedávali najevo otrávenost, naopak se zdálo, že jsou připraveni se učit.

Ilustrace 3.2: Rybičky v oleji

Ukázky z učebnice matematiky

5 Délka kružnice

Příklad 1: Jak dlouhá musí být etiketa na rybí konzervě o průměru $10,2$ cm, aby byla přesně kolem dokola tak, aby se její konce dotýkaly?



Několik způsobů řešení:

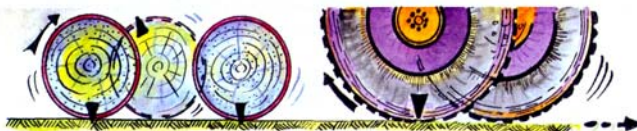
a) Etiketu opatrně odloupeme, narovnáme a změříme její délku.



b) Na konzervu namotáme několik závitů provázku, jeho délku po odmotání změříme a vydělíme počtem závitů.



c) Konzervu postavíme na stůl jako kolo, vyznačíme bod dotyku (na konzervě i na stole) a konzervu kutálíme, až se na ní vyznačený bod stane opět bodem dotyku, přeneseme jej na stůl a změříme vzdálenost obou na stole vyznačených bodů.



(Obdobně změřte obvod různých kruhů. Při větším počtu měření zjistíte, že zvětšíme-li průměr kruhu, zvětší se také obvod kruhu. Délka obvodu kruhu je tedy přímo úměrná jeho průměru.)

Zjištěné výsledky si zapíšeme do následující tabulky.

předmět	rybí konzerva		
	a)	b)	c)
průměr (d)	10,2	10,2	10,2
obvod (o)	32,2	32,01	31,9
o : d	3,156	3,138	3,127

Délku etikety naší rybí konzervy určíme jako aritmetický průměr hodnot naměřených jednotlivými postupy.

$$o = \frac{32,2 + 32,01 + 31,9}{3} = 32,03\bar{6}$$

Odpověď:

Etiketa na rybí konzervu o průměru 10,2 cm je dlouhá 32 cm.



Ilustrace 3.3: Číslo π

Kola se užívala v Mezopotámii i ve starém Egyptě.



Vypočítejte si průměrnou hodnotu poměru $o : d$ z naší tabulky.

$\pi = 3,141592653589 \dots$

Ludolfovo číslo př
udrž 26 slov poměří,
spočítáš 4 písmena –
– slovo – číslo znamená:
„Lh a kapr u hráze
prohlédli si rybaře,
vdci mají novou,
jilmáci neuplovou.“

Závislost délky kružnice na jejím průměru můžeme vyjádřit (jako přímou úměrnost) pomocí koeficientu π takto:

$$o = \pi d$$

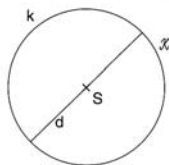
Lidstvo se snad již od vynálezu kola zajímalo o hodnotu zmíněné konstanty. Na případě naší rybí konzervy vidíme, že se v tabulce poměr $o : d$ pohybuje v rozmezí od 3,127 do 3,156.

Archimédés počítal délku kružnice pomocí kružnic vepsaných a opsaných n -úhelníků (pro rostoucí n). Pomocí pravidelného 96-úhelníku zjistil, že:

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$

Holandský matematik Ludolf van Ceulen (1540–1610, učitel šermu) vypočetl π s přesností na třicet pět desetinných míst ($\pi = 3,1415926535\dots$) a na jeho počest se číslu π říká **Ludolfovo číslo**. Číslo π (podobně jako např. $\sqrt{2}$) není racionální číslo.

V praxi se obvykle číslo π zaokrouhluje na dvě desetinná místa. Rovněž v našich výpočtech budeme používat:



$$\pi = 3,14$$

Obvod o kruhu \mathcal{K} o průměru d (a tedy i délku kružnice, která jej ohraničuje) vypočítáme ze vztahu:

$$o = \pi d \text{ nebo } o = 2\pi r$$

- 2 Odhadněte a pak vypočítejte poloměr kružnice o délce a) 27 cm, b) 8,3 dm, c) 3,6 m.

zaokr. 4,3 cm; 1,3 dm; 0,6 m

- 3 Kolik otáček vykoná na trati dlouhé 1 km kolo
a) lokomotivy o vnějším průměru 1,13 m, přibližně 282
b) horského kola o vnějším průměru 26'', přibližně 482



- 4 Jak můžeme určit průměr melounu?



- a) rozřežeme a změříme
b) propichneme jehlicí a změříme
c) změříme obvod a vypočteme
d) na meloun položíme desku rovnoběžnou se stolem a změříme vzdálenost
e) kutáním (viz rybí konzerva)

Ilustrace 3.4: Eulerova věta

1 Doplň tabulku.

těleso	počet:	stěn (s)	vrcholů (v)	hran (h)	s + v	s + v - h
krychle						
čtyřboký jehlan						
						
pětiboký hranol						
						

2 Co je pro všechny uvedené mnohostěny společné?



Správná odpověď:

Platí pro ně: $s + v - h = 2$

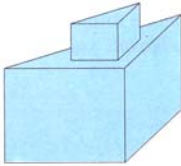
3 Pokračuj v tabulce pro další mnohostěny.

těleso	počet:	stěn (s)	vrcholů (v)	hran (h)	s + v	s + v - h

4 Najdeš mnohostěn, pro který $s + v - h \neq 2$?



Odpověď najdeš na další straně.



$$s = 9$$

$$v = 12$$

$$h = 18$$

$$s + v - h = 3$$

Zkus najít další takový mnohostěn.

Teze 4. Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákova chápání matematiky a impuls pro další práci

Případová studie



Část učitelů stále ještě zastává názor, že je chyba něco špatného, čeho se žák nemá dopouštět. Domnívají se, že je zapotřebí žáka na chybu upozornit, aby ji mohl včas odstranit a nahradit správným spojem. Obávají se, aby si učivo s chybou omylem nezafixovali i další žáci. To dokládá i výpověď studentky učitelství pro 1. stupeň (hodnocení vlastního výstupu v rámci pedagogické praxe):

...zvolila jsem didaktickou hru. Děti se měly ‚probudit‘, když řeknu příklad správně, jinak zůstávaly ‚ležet‘ na lavici. Měly tak rozlišit správný a chybný výsledek... Hodinu jsem později konzultovala s paní učitelkou. Ta měla menší výhradu k této práci. Ona uznává metodu ‚neslyšet a nevidět chybný příklad‘. [Tedy učitelka by vůbec neměla vyslovit chybně vyřešenou úlohu.] Děti, které využívají více zrakovou nebo sluchovou paměť, by si podle ní mohly chybné spoje spíše mimoděk upevnit...

Úkol pro čtenáře:

Zamyslete se nad názorem učitelky. Souhlasíte s ním či nikoli? Svou odpověď podložte argumenty. Také učitelka z následující ukázky se obává přítomnosti chyby.

Ilustrace 4.1: Denisova chyba (4. ročník)

Čtvrtáka Denise učitelka hodnotí jako slabšího, často nepozorného, s malým zájmem o matematiku.

Třída řeší slovní úlohy, děti pracují společně na tabuli. Na další úlohu je k tabuli vyvolán Denis. Chlapec zpočátku řeší úlohu správně, pak se ale dopustí chyby. Když je na ni učitelkou upozorněn, neví si rady.

U: „*Pojď to, Káťo, za něj napsat!*“ (K Denisovi) „*Ty si běž sednout, Denisi, Káťa to už za tebe napíše...*“

Káťa opravuje Denisovu chybu a pokračuje mlčky v řešení úlohy u tabule. Denis se vrací do lavice. Učitelka svým jednáním utvrzuje Denise v tom, že je slabší žák, který ‚nemá na to‘, aby úlohu správně vyřešil, že to za něj musí udělat někdo ‚lepší‘. Nejspíš sama nevěří, že to může Denis zvládnout, nebo nechce ztráct čas. Na chybu se zde nahlíží jako na něco špatného, co musí být odstraněno, ale už se s ní dále nepracuje. Denis se nedovídá, proč je jeho řešení špatně, ale jen jak to má být správně.

Učitelce zřejmě nejde o to, dovést Denise ke správnému řešení, ale o to, předvést na tabuli vzorový postup, aby si ostatní žáci, kteří měli úlohu chybně, mohli podle něj svá řešení opravit. Nejde zde o porozumění žáka učivu, ale o učivo samo.

Stejný názor na chybu postupně od učitele přebírají i jeho žáci. Obávají se, aby se nedopustili chyby, protože chyba je považována za nepatřičnou a je mnohdy také trestána.

Ilustrace 4.2: Vlastní zkušenost s chybou (zkušenost druhé z autorek)

„Jako dítě jsem se v 6. ročníku v hodině češtiny přihlásila, abych odpověděla na otázku učitelky. Bohužel jsem se ale spletla nebo jsem dotazu ne zcela porozuměla, takže jsem se dopustila chyby. Učitelka mě tehdy před celou třídou nevybíravě pokárala, jak mě něco takového vůbec mohlo napadnout. Tehdy mi dlouho trvalo, než jsem znovu našla odvahu se opět přihlásit a odpovídat na její otázky, ačkoli jsem znala správné odpovědi – příliš jsem se bála, abych se znovu nezmýlila.“

Strach z chyby vnáší do školní práce napětí a nervozitu, narušuje vztah mezi učitelem a žákem, i mezi dětmi navzájem. Přitom pro řešení úloh je zapotřebí vytvořit ve třídě příznivé pracovní klima, ve kterém se žáci nesmí bát navrhnout hypotézy, které nemusí nutně vést ke správnému výsledku. Pokud jsou ale děti svázány obavami, zda jsou jejich úvahy vhodné, těžko je pak možné od nich očekávat podnětné tvůrčí návrhy.

Děti si velmi rychle zvyknou, že samy nemusí o chybě přemýšlet, že není třeba, aby samy zvažovaly, zda něco platí či ne, ale že je tu učitel jako autorita, která rozhodne.

Ilustrace 4.3: Katka (5. ročník)

Děti písemně násobí. Katka a ještě dva její spolužáci počítají na tabuli. Katka se hlásí, že je hotova.

U: „*Máš to dobře?*“

K: ... (*Je vidět, že sama neví, že je rozpačitá.*)

U: „*Máš to dobře.*“

Katka spokojeně odchází do lavice.

Katka nepřemýšlí, jak ověřit správnost výsledku, očekává, že toto rozhodnutí přijde odněkud shora, od učitele, a ve svém očekávání se nemýlí. Autorita učitele pro mnohé děti slouží jako jediné kritérium, které rozhoduje o pravdivosti řešení.

Podívejme se na výpověď jedné učitelky (Cachová, 2003):

„Na otázku, co je absolutní hodnota reálného čísla, se většinou dovidám, že je to číslo kladné. Tak jsem

tuhle žákovi řekla, takže absolutní hodnota z -5 je 15?! Číslo 15 je kladné, tak to tvé definici

odpovídá. Chvilí na mne divně koukal, tak říkám – vyvrat' mi to! A on na to, když to říkáte vy, tak to

bude asi pravda... Třída vybuchla smíchy, já taky, ale ono je to spíš k pláči a k zamyšlení“.

Učitelka má pravdu. Žák si v průběhu své školní docházky vytvoří strategii, že je důležitější přizpůsobit se očekávání učitele, než zkoumat pravou podstatu věci. Tuto strategii je velmi těžké narušit také proto, že je pro děti pohodlnější, jak upozorňuje také J. Holt (1994):

...Jeden prvňák se zabýval stránkou úkolů v pracovním sešitě. Odpovědi tam byly uvedené, ale některé byly správné a jiné ne a chlapec měl označit, které jsou které. Označil první tři nebo čtyři správně a potom napsal X k následující. Udělal to tak rychle, že se ho učitel zeptal, jak na to přišel. Odpověděl: „Ále, vždycky dávají špatnou odpověď asi tak sem.“

Jak je vidět z ukázky, děti se takto učí nespolehat se na sebe, nehledají podstatu věci, ale snaží se tipovat správnost či nesprávnost odpovědí, učivo přijímají formálně. Je to stejné jako s testy v autoškole, kde u některých otázek nepřemýšlíme nad dopravní situací, ale vybíráme ze tří možností tu nejdlejší odpověď, protože zbylé dvě jsou příliš krátké.

Tento stav je třeba změnit. Jak už bylo řečeno, je třeba dětem vytvořit klidné prostředí, ve kterém se nemusí obávat toho, že se dopustí chyby. Navíc je třeba, aby učitel dokázal chybu využít jako obraz úrovně poznání dotyčného žáka a podle toho mu zprostředkoval podněty k dalším činnostem.

Ilustrace 4.4: Odbourávání strachu z chyby (8. ročník)

Učitelka při samostatné práci žáků prochází mezi lavicemi. Sleduje, jak jednotliví žáci pracují.

U: „...chyba – nevadí, tak se to opraví, proto chodíme do školy, abychom se to naučili...“

Opět prochází mezi lavicemi, nahlíží do sešitů.

U: „Znovu opakují, že matematika je o tom, abychom se naučili.“

Učitelka se snaží svým postojem žáky uvolnit, aby se mohli skutečně soustředit na práci. Je žádoucí, aby učitel vytvářel ve třídě pracovní klima, které je k žákovi vstřícné a kde chyba není vnímána jako něco špatného, co do vyučování nepatří a co je zapotřebí potrestat.

Úkol pro čtenáře:

Zamyslete se nad svým postojem k chybě (žáka i vaši vlastní). Jak reagujete na chyby žáků při vyučování? Dokážete před svými žáky přiznat vlastní omyl?

Je zajímavé provést srovnání vyučování matematice s logopedickou praxí, ačkoli se na první pohled jedná o dvě zcela odlišné oblasti. Logoped cvičí s dítětem, které má vady v řeči, správnou výslovnost vždy individuálně v 15-ti minutových blocích jedenkrát týdně. Po tuto dobu se mu maximálně věnuje a cíleně se snaží vadu jeho výslovnosti odstranit. Při školním vyučování učitel také odhalí vady v matematice dítěte. Mnohdy však, místo aby společně s dítětem nedostatky odstranil, je odsouvá jako neřešitelné. Učitel má však daleko obtížnější roli než logoped, který napravuje pouze chybnou dovednost (nesprávnou výslovnost). Kromě nácviku dovedností (jakými jsou např. rýsování rovnoběžek, písemné dělení dvojciferným dělitelem, ekvivalentní úpravy rovnic atd.) je třeba, aby žáci jednotlivým matematickým pojmům, postupům a souvislostem porozuměli, vytvořili si o nich správné představy a navíc je dokázali aplikovat.

Ilustrace 4.5: Středová a osová souměrnost (8. ročník)

Žáci při práci s geoboardem (čtvercovou destičkou s 5×5 kolíčky) dostali od učitele pokyn vyznačovat pomocí napnuté gumičky útvary osově souměrné

nebo středově souměrné. Jak se při práci ukázalo, některé z dětí nedokázaly rozlišit, které útvary jsou pouze středově souměrné, které pouze osově souměrné a které jsou středově i osově souměrné. Učitel proto těmto dětem zadal další činnosti – roztrdit podle druhů symetrie písmena velké tiskací abecedy. K tomu měly využít překládání papíru a práci s napnutým provázkem.

Nesprávná představa symetrických útvarů zde nebyla penalizována, ale naopak využita jako odrazový můstek další práce. Manipulace s papírem či provázkem sloužila jako účinný nástroj zjišťování souměrnosti či nesouměrnosti útvarů. Stejně možné je například využít chybu při hledání různých sítí krychle. Není vhodné, aby učitel dětem napovídal, která z jejich sítí, zakreslených např. do čtverečkováného papíru, je skutečně sítí krychle, ale aby je pobídl k tomu, aby síť vystříhly a pokusily se model krychle sestavit (popř. mohou k tomuto účelu využít některou vhodnou stavebnici).

Teze 5. Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi.



Případová studie

V této tezi se (až na jednu výjimku) nebudeme zabývat formálním hodnocením, tj. hodnocením známkou nebo testem. Naopak nám půjde o učitelovu vlastní reflexi – zjišťování, zda použité metody skutečně vedly u žáků k porozumění. Neformální hodnocení je typické pro každodenní činnost učitele. Učitel v průběhu vyučování spontánně posuzuje žáky, monitoruje momentální průběh vyučování a pohotově řeší situace. Pedagogický zásah je možné provést ihned po diagnostikování. (Gavora, 2001, s. 246)

Ilustrace 5.1: Thaletova kružnice (pozorování studentky učitelství)

Žák je v lavici zkoušen z Thaletovy věty. Není schopen vyjádřit svou myšlenku bez náčrtku a tak zoufale kreslí celou situaci rukou do vzduchu a pomalu začíná skládat větu. Učitelka ohodnotí jeho výkon pětkou: „*To přece musíš sypat z rukávu!*“

Je pravděpodobné, že žák zná Thaletovu větu správně, jen ji neumí říci z paměti. Kdyby dostal možnost nakreslit si situaci na tabuli nebo na papír

(všimněme si gest jeho rukou), zřejmě by větu vyslovil. Signál, který teď dostal, zní: „*Není důležité, jestli tomu rozumíš. Hlavně to musíš odříkat.*“

Tato situace je ilustrací problematiky různých jazyků matematiky (viz výše desatero konstruktivismu) a současně i různých typů inteligence (Gardner, 1999). Někteří žáci nejlépe porozumí, mohou-li si načrtnout obrázek, jiní potřebují využít i hmat (např. modelování), dalším stačí představa v duchu, ještě další potřebuje slyšet mluvené slovo a poznatek sám zformulovat slovy. Konečně někdy pomůže i pohyb.

Ilustrace 5.2: Učitel na průmyslovce (pozorování studenta učitelství)

Mladý učitel vystudoval ekonomii a nemá žádné pedagogické vzdělání. [...] Jeho přístup je velmi odtahitý a chladný, výuka po formální stránce je však v pořádku. Snaží se studenty nacytat a ponížít, oni ho na oplátku nemají rádi.

Při hodině bylo ve třídě hrobové ticho, nikdo se neodvažoval na nic zeptat. Výuka byla jednotvárná, studenti chodili ‚dobrovolně‘ (pod pohrůzkou písemky: „*Když nikdo nechce si to procvičit, tak si můžeme napsat písemku!*“) k tabuli na počítání úloh, kterým evidentně nerozuměli [...] Po týdnů přišel za vedoucí učitelské knihovny a požádal ji o nějakou sbírku s obzvláště těžkými úlohami, aby mohl studentům ukázat ‚jak se to taky dá dělat‘, aby si vážili toho, že je k nim normálně ještě velmi shovívavý.

Zde nemůžeme mluvit o diagnostice znalostí a vědomostí, ale spíše o diagnostiku neznalostí.

Ilustrace 5.3: Oprava chyby podle diktátu učitele

Žáci 4. ročníku řešili samostatně do sešitů slovní úlohu z učebnice: „*Kolik hodin jsou 4 vyučovací hodiny?*“

Pro společnou kontrolu řešení byl učitelkou k tabuli vyvolán Filip. Chlapec něco začal psát na tabuli (co přesně ostatní žáci neviděli, zakrýval to tělem). Učitelka k němu přistoupila.

U: „*To smaž, to je špatně!*“

Filip rukou maže svůj postup. Učitelka diktuje správné řešení ($4 \cdot 45 =$ atd.), chlapec podle jejího diktátu dopisuje celý postup.

U: (k Filipovi) „*Dobře, jdi si sednout...*“ (ke třídě) „*Už tomu všichni rozumějí?*“

Na Filipovi, který se vrací do lavice, je vidět, že postup řešení úlohy stále nechápe, ale učitelce se to neodvážá říct. Protože na otázku nikdo ze žáků nereagoval, učitelka přechází k další úloze.

Z ukázky je patrné, že ani ostatní žáci ve třídě nemusejí přemýšlet nad tím, kde Filip chybu udělal a proč (ani na ni nevidí), ale rozhodující pro ně má být to, že je Filipovo řešení označeno učitelkou za chybné. Zde diagnostika porozumění žáků dané problematice zcela chybí, pokud nepočítáme formální otázku „Už tomu všichni rozumějí?“.

Úkoly



a) pro samostatnou práci

1. Analyzujte některou zajímavou hodinu matematiky, kterou jste vedl/a. Pokuste se vytvořit vlastní případové studie z této hodiny.

b) pro práci ve skupinách

1. Vytvořte skupinky po třech. Vyměňte si své případové studie s kolegy ze skupiny. Pokuste se je doplnit, opravit a diskutujte o nich. Své výsledky prezentujte ostatním skupinám.

7. Závěr

Návod na konstruktivistické vyučování?

- Nelze podat, protože podstatou tohoto přístupu je autentičnost, hledání, bohaté využívání vlastních zkušeností.
- Jednou z jeho základních charakteristik je nepředvídatelnost.
- Nové myšlenky se mohou objevovat v kontextech, kde to učitel původně neplánoval.

Cíl práce učitele?

Kvalitativní změny psychiky žáka.

Vlastní prožitek!

Sestrojte síť rovnoběžnostěnu, jehož všechny stěny jsou shodné kosočtverce.

Najděte jich několik.

Najděte všechny. Kolik jich je?

Dokažte, že jsou všechny.

Literatura

- [1] BELZ, H., SIEGRIST, M. *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-479-6.
- [2] BERTRAND, Y. *Soudobé teorie vzdělávání*. Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-216-5
- [3] BIGGS, J. B., MOORE, PH. J. *The Process of Learning*. New York, Prentice-Hall, 1993
- [4] BROOKS, J. G.; KROOKS, M.G.; ALEXANDRIA, V.A. *Association for Supervision and Curriculum Development*,. In HANLEY, S. *On constructivism. Maryland Collaborative for Teacher Preparation* 1994, No. Due 9255745.
- [5] ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*, Portál, Praha, 2001, ISBN 80-7178-463-X
- [6] DEWEY, J. *Americká pragmatická pedagogika*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1991, s. 167.
- [7] GRECMANOVÁ, H.; URBANOVSKÁ, E.; NOVOTNÝ, P. *Podporujeme aktivní myšlení a samostatné učení žáků*. Olomouc: Hanex, 2000. ISBN 80-85783-28-2.
- [8] HARTL, P., HARTLOVÁ, H. *Psychologický slovník*. Praha: Portál, 2000.
- [9] HAUSENBLAS, O. Profil učitele. *Učitelské listy*. 2001/2002, č.3, str.13-14
- [10] HAVLÍNOVÁ M. a kol. *Program podpory zdraví ve škole*, Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-263-7.
- [11] HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola, matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4
- [12] HEJNÝ, M.; KUŘINA, F.: *Konstruktivní přístupy k vyučování matematice*. MFI 1998, č. 7, s. 385–395.



- [13] HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *25 kapitol z didaktiky matematiky*, Praha UK: Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3
- [14] HILL, G. *Moderní psychologie*. Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-641-1.
- [15] CHUDÝ, Š. a kol. *Hledání kořenů v současné společnosti Koncepce, úvahy, názory a dilemata*, Brno Paido, 2006 ISBN 80-7315-131-6.
- [16] KALHOUS, Z., OBST, O. a kol.: *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002, ISBN 80-7178-253-X
- [17] KOLÁŘ, E., ŠIKULOVÁ, R. *Vyučování jako dialog*. Praha: Grada Publishing, a.s., 2007. ISBN 978-80-247-1541-4.
- [18] KOLÁŘ, I.: *Postavení geometrie v současné matematice, Matematika – fyzika – informatika, č.8, roč. 5, 1996.*
- [19] Kolektiv autorů, *Velký sociologický slovník*. Praha: Karolinum, 1996.
- [20] KOPŘIVA, P. a kol. *Respektovat a být respektován*. Kroměříž: Spirála, 2005. ISBN 80-901873-6-6.
- [21] MAREŠ, J.: *Styly učení*. Praha: Portál, 1998, ISBN 80-7178-246-7
- [22] MIKULČÁK, J.; HRADECKÝ, F.; ZEDEK, M.; MALINA, Š. *Metodika vyučování matematice na školách II. cyklu – I. Část všeobecná* Praha, SPN, 1968,
- [23] MOLNÁR., J. a kol.: *Matematika 8*. Olomouc: Prodos. 2000, ISBN 80-7230-061-X.
- [24] MOLNÁR., J., MIKULENKOVÁ, H.: *Matematika 5/1*. Olomouc: Prodos. 1996. ISBN 80-85806-55-X
- [25] NEUBAUER, Z. *Smysl a svět*. Nadace Vize 97, Praha 2001.
- [26] NOVOTNÝ, P. *Výukový proces z pohledu současné školní didaktiky*. In NOVOTNÝ, P.; POL, M. *Vybrané kapitoly ze školní pedagogiky*. Brno: MU FF, 2002, strana 20. ISBN 80-210-3020-8.
- [27] PASCH, M. (Eds.). *Od vzdělávacího programu k vyučovací hodině*. Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-127-4.

- [28] PREKOP, J. *Empatie, vcítění v každodenním životě*. Praha: Grada Publishing, 2004. ISBN 80-247-0672-5.
- [29] PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, 2002, ISBN 80-7178-631-4.
- [30] PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha: Portál, 2003. ISBN 80-7178-029-4
- [31] PUPALA, B. *Epistemologické východiska vyučování a didaktiky*. In KOLLÁRIKOVÁ, Z., PUPALA, B. (Eds.) *Předškolní a primární pedagogika*. Praha, Portál, 2001. ISBN 80-7178-585-7.
- [32] SPILKOVÁ, V. a kol. *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Praha: Portál, 2005. ISBN 80-7178-942-9.
- [33] STEHLÍKOVÁ, N., CACHOVÁ, J.: *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe*. In: Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP. Praha: JČMF. 2006. ISBN 80-7015-085-8
- [34] TONUCCI, F. *Vyučovat nebo naučit?* Praha: Středisko vědeckých informací UK PeDF, 1991.
- [35] VOPĚNKA, P. *Smysl matematiky*. In: Mezinárodní konference kateder matematiky připravující učitele matematiky, Liberec, 2000.
- [36] VYSKOČILOVÁ, E., DVOŘÁK, D. *Úvod: Didaktika jako věda a jako nástroj učitele*. In KALHOUS, Z.; OBST, O. a kol. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-X.

Přílohy

Dokonalová

1 Doplň tabulku.

těleso	počet:	stěn (s)	vrcholů (v)	hran (h)	s + v	s + v - h
krychle		6	8	12	14	2
čtyřboký jehlan		5	5	8	10	2
		10	16	24	26	2
pětiboký hranol		7	10	15	17	2
		6	8	12	14	2

2 Co je pro všechny uvedené mnohostěny společné?

$$S + V - H = 2$$



3 Pokračuj v tabulce pro další mnohostěny.

těleso	počet:	stěn (s)	vrcholů (v)	hran (h)	s + v	s + v - h
Kvádr		6	8	12	14	2
Koule		0	0	0	0	0
Kužel		0	0	0	0	0

4 Najdeš mnohostěn, pro který $s + v - h \neq 2$

Forme





1 Doplni tabulku.

těleso	počet:	stěn (s)	vrcholů (v)	hran (h)	s + v	s + v - h
krychle		6	8	12	14	2
čtyřboký jehlan		5	5	8	10	2
		10	16	24	26	2
pětiboký hranol		7	10	15	17	2
		6	8	12	14	2

2 Co je pro všechny uvedené mnohostěny společné?

$S + V - H = 2$

3 Pokračuj v tabulce pro další mnohostěny.

těleso	počet:	stěn (s)	vrcholů (v)	hran (h)	s + v	s + v - h
		6	8	12	14	2
		4	4	6	8	2
 		9	9	12	18	10 ⁶

4 Najdeš mnohostěn, pro který

$S + V - H \neq 2$



Doc. RNDr. Josef Molnár, CSc., RNDr. Slavomíra Schubertová,
Mgr. Vladimír Vaněk, Ph.D.

Konstruktivismus ve vyučování matematice

Učební text

Výkonný redaktor prof. RNDr. Tomáš Opatrný, Dr.
Odpovědná redaktorka Mgr. Lucie Loutocká
Technická úprava textu doc. RNDr. Oldřich Lepil, CSc.
Návrh obálky Mgr. Petr Jančík

Publikace neprošla ve vydavatelství redakční a jazykovou úpravou.

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc
<http://www.upol.cz/vup>
e-mail: vup@upol.cz

Olomouc 2008

1. vydání

Neprodejně

ISBN 978-80-244-1883-4